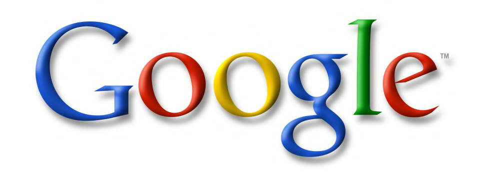


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

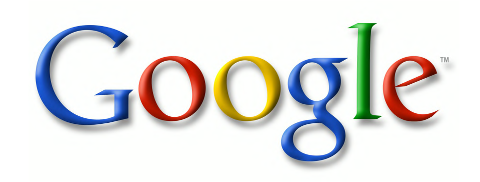
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

BIBLIOGRAPHIC RECORD TARGET

Graduate Library
University of Michigan

Preservation Office

Storage Number: ____________________

ABQ9755
UL FMT B RT a BL m T/C DT 09/12/88 R/DT 09/12/88 CC STAT mm E/L 1
035/1: : |a (RLIN)MIUG86-B48465
035/2: : |a (CaOTULAS)160121082
040: : |a MiU |c MiU
100:1 : |a Boucher, Maurice.
245:00: |a Essai sur l'hyperspace, le temps, la matière et l'énergie. |c Par Maurice Boucher.
250: : |a 2d éd.
260: : |a Paris, |b F. Alcan, |c 1905.
300/1: : |a 2 p. L., 210 p. [1] L. |b diagrs. |c 19 cm.
650/1: 0: |a Hyperspace
650/2: 0: |a Space and time
650/3: 0: |a Matter
998: : |c WFA |s 9124

Scanned by Imagenes Digitales
Nogales, AZ

On behalf of
Preservation Division
The University of Michigan Libraries

Date work Began: ____________
Camera Operator: ______________

Hosted by Google

Hosted by Google

Hosted by Google

BIBLIOTHÈQUE
DE PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE

ESSAI

SUR

L'HYPERESPACE

LE TEMPS, LA MATIÈRE ET L'ÉNERGIE

PAR

MAURICE BOUCHER
Ancien élève de l'École polytechnique

DEUXIÈME ÉDITION
REVUE ET AUGMENTÉE

PARIS
FÉLIX ALCAN, ÉDITEUR
ANCIENNE LIBRAIRIE GERMER BAILLIÈRE ET Cie
108, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 108

1905

Hosted by Google

Hosted by Google

ESSAI SUR L'HYPERESPACE

Hosted by Google

Hosted by Google

ESSAI

SUR

L'HYPERESPACE

LE TEMPS, LA MATIÈRE ET L'ÉNERGIE

PAR

MAURICE BOUCHER

Ancien élève de l'École polytechnique

« Nous ne pouvons avoir aucune connaissance de ce qui est hors de nous que par l'entremise des idées qui sont en nous. »

Logique de Port-Royal.

DEUXIÈME ÉDITION

REVUE ET AUGMENTÉE

PARIS

FÉLIX ALCAN, ÉDITEUR

ANCIENNE LIBRAIRIE GERMER BAILLIÈRE ET Cie

108, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 108

1905

Tous droits réservés.

Hosted by Google

Hosted by Google

ESSAI SUR L'HYPERESPACE

INTRODUCTION

On s'est proposé d'examiner, de la manière la plus claire et la plus simple possible, ce que pouvaient rationnellement nous représenter les idées d'espace, de temps, de matière et d'énergie; l'idée d'espace a prêté aux plus longs développements, car elle domine en effet toutes les autres.

L'espace, d'après Kant, est la forme même de notre sens externe, la condition de notre travail mental, le moyen ou l'instrument employé par la raison pour la perception de tout phénomène; aucun objet ne peut nous apparaître qu'autant qu'il se sera en quelque sorte moulé dans cette forme. Il y a donc lieu de développer en nous la connaissance de l'espace, de se demander en même temps s'il est, nécessairement et d'une manière absolue,

Hosted by Google

tel qu'il nous paraît être empiriquement, lorsque nous le concevons seulement par l'intermédiaire des corps matériels qui y sont contenus.

Toute expérience externe est perçue dans l'espace, mais, de ce que celui-ci est pour la raison le contenant de tout objet, il ne s'ensuit nullement que l'objet doive servir en quelque sorte de support et de mesure à l'idée d'espace.

Le problème de la nature de l'espace, lorsqu'on veut l'examiner complètement, sous toutes ses formes et sans parti pris, doit être envisagé aussi au point de vue mathématique qui est peut-être même le plus important. La vérité mathématique dépend de la raison, non de la sensation, elle est en ce sens idéale, mais elle est réelle aussi, puisque nécessaire et représentant les lois immuables auxquelles sont soumis les phénomènes s'accomplissant dans l'espace et le temps.

La conception de l'espace pouvait sembler nécessairement conforme aux déductions de la géométrie euclidienne, aussi longtemps qu'elle gardait celle-ci pour unique fondement; les idées émises par Gauss il y a plus d'un siècle (1792), complétées par les recherches de Lobatchewski (1793-1856), Bolyai (1802-1860), Riemann

Hosted by Google

(1826-1866), et depuis lors par celles de nombreux savants, ainsi que les résultats de la géométrie à *n* dimensions, ont modifié et développé dans une mesure importante nos idées à ce sujet.

On est ainsi conduit à la théorie de l'hyperespace, ou espace supérieur à celui que les sens nous révèlent, admissible dans le domaine du possible au moins, sinon dans celui du réel; l'intelligence de l'espace se trouve considérablement élargie, tout en s'écartant des données auxquelles l'expérience sensible nous avait habitués, mais la raison ne nous permet-elle pas de concevoir et de penser sans le secours d'images matérielles?

Le point sans dimensions aucunes, la ligne sans largeur, la surface sans épaisseur sont des êtres géométriques absolus, appelés aussi êtres de raison, c'est-à-dire n'existant pas en réalité, dénués de forme et de toute apparence. Pour les rendre réels, il faut considérer la surface comme une sorte de tranche excessivement mince d'espace, ou tout au moins comme une limite de séparation entre deux portions d'espace, notions qui impliquent l'existence d'une dimension supérieure à celle de

Hosted by Google

la surface en elle-même. La ligne doit être considérée comme une bande excessivement étroite d'une surface, ou comme une limite de séparation de deux portions de surface. Le point, enfin, comme un segment de ligne excessivement petit, ou la limite de séparation de deux segments de ligne.

Nous sommes donc forcés, si nous voulons donner au point, à la ligne et à la surface, une réalité propre, tant objective que subjective, d'ajouter à ce qui n'est que leur conception théorique, une dimension supplémentaire excessivement petite, ou tout au moins de les concevoir comme dépendant de cette dimension supplémentaire.

En serait-il autrement de l'espace qui se suffirait à lui-même avec ses dimensions propres, dont la notion deviendrait ainsi essentiellement distincte de celle des espaces qui lui sont inférieurs comme dimensions, plan et ligne droite? Cependant les termes de la série : point, droite, plan, espace, nous semblent parfaitement analogues et se déduisent les uns des autres par l'adjonction d'une dimension supplémentaire; le point engendre la droite par son déplacement

Hosted by Google

dans une direction fixée, comme la droite engendre le plan et celui-ci ce que nous appelons l'espace. Si nous devons, pour concevoir un plan comme réel, lui donner, en outre des deux dimensions qui lui sont propres, une troisième dimension excessivement petite, ou tout au moins le considérer comme la section d'un espace à trois dimensions, de même nous devons, pour concevoir l'espace comme réel, lui donner, en outre des trois dimensions sensibles, une quatrième dimension excessivement petite, ou le considérer comme une section à travers un espace à quatre dimensions.

En dehors de cette conception, l'espace n'est pas plus réel qu'un point sans dimensions, une ligne sans largeur, un plan sans épaisseur; ce n'est plus qu'une simple abstraction inexistante et par suite tout ce qui semble exister dans cet espace est irréel comme lui; cette idée, pour extravagante qu'elle puisse sembler à première vue, a été proposée et soutenue par de nombreux philosophes, Spinosa, Berkeley, etc.

Sans vouloir y insister davantage, pour le moment, il peut sembler établi, au moins comme probable, d'après ce qui précède, que, si l'espace avec tout ce qu'il contient n'est pas une pure

Hosted by Google

abstraction n'existant que dans notre pensée, s'il a une existence réelle, nous devons le considérer comme faisant partie d'une étendue plus vaste à quatre dimensions, ou hyperespace, dont il ne serait qu'une section excessivement mince selon cette quatrième direction.

Devons-nous en conclure que l'espace absolu possède quatre dimensions? Lorsque, par le raisonnement, nous essayons d'aller au delà des trois dimensions sensibles, cette limitation n'ayant aucun sens pour la Raison, nous ne pouvons le faire que progressivement, en essayant d'abord de justifier l'hypothèse d'une quatrième dimension ajoutée aux trois autres; aller au delà serait difficile à moins de rester dans le domaine abstrait des mathématiques où tous les hyperespaces possibles peuvent être étudiés, car il est logiquement facile de concevoir un espace d'un nombre de dimensions quelconque, même infini.

Il n'y a pas de raisons pour limiter à quatre plutôt qu'à trois le nombre des dimensions de l'espace, mais si nous arrivons à nous élever d'abord à l'idée de la quatrième dimension, ce sera déjà un progrès important. L'idée de dimensions de l'espace n'est peut-être d'ailleurs

Hosted by Google

qu'artificielle et relative seulement à la nature de nos sensations, mais par cela même nous sommes bien forcés d'en tenir compte, et c'est en essayant de la développer au delà des limites qui semblent nous être imposées que nous pouvons espérer atteindre quelque connaissance de ce que l'apparence recouvre.

Certains problèmes, par le fait seul qu'ils dépassent la limite de la sensation, semblent de prime abord obscurs à notre Raison, mais la difficulté de les saisir n'est pas un motif suffisant pour les rejeter; le rôle de la philosophie et de la science est en effet de chercher à reculer les bornes de l'inconnaissable.

Le but de cet Essai est de familiariser les esprits avec une théorie qui n'est pas nouvelle, mais qui peut sembler encore inconcevable à beaucoup, et de les préparer à la concevoir.

Il a paru nécessaire d'examiner d'abord les diverses idées qui forment les éléments de notre connaissance et peuvent mener à la conception de l'univers, la nature même et les limites de cette connaissance, ainsi que nos relations sensibles avec les phénomènes ; ce sera l'objet du premier chapitre.

Hosted by Google

L'infinité de l'univers est une vue première de l'esprit, celle-ci est-elle le produit du raisonnement ou seulement de l'imagination, pouvons-nous admettre cette idée et de plus en faire usage pour la conception de l'espace sensible? Ces questions sont examinées dans le chapitre II, qui est consacré à l'espace et à sa relation avec l'idée d'infini.

La géométrie est la science principale de l'espace, qui permet d'étudier ses propriétés et d'entrer en rapport avec lui ; en se bornant à la connaissance de l'espace tel que les sens et l'expérience nous le font concevoir, on reste dans la géométrie expérimentale ou euclidienne, caractérisée par le postulatum que dans ses « Éléments » Euclide demande qu'on lui accorde : « Si deux droites situées dans un même plan font avec une sécante, et d'un même côté que celle-ci, des angles intérieurs dont la somme est moindre que deux droits, ces droites prolongées suffisamment se rencontrent de ce côté. »

Ce postulatum est indémontrable et constitue une sorte de définition de l'espace accessible à nos sens ; il implique une hypothèse sur la nature de l'espace, car on suppose qu'il est tel qu'il

Hosted by Google

nous paraît et non autrement. C'était peut-être l'idée même d'Euclide, sans cela il eût probablement essayé de démontrer sa proposition. On étudie dans le chapitre III l'idée d'espace et ses relations avec la géométrie d'Euclide, science expérimentale à son origine, où le raisonnement ne sert que d'aide à l'expérience, qui doit rester dans son domaine propre et ne pas dépasser les limites de la sensation, en faisant usage de l'idée de l'infini, sous peine d'entraîner à des notions inexactes pour la représentation de l'espace sensible.

Les théories relativement récentes des géométries non euclidiennes et de la géométrie à n dimensions, ont fourni à la théorie de l'espace des éléments nouveaux qu'on ne saurait négliger. Ces idées mathématiques, indispensables pour arriver à une connaissance plus complète de l'espace, ont été traitées d'une manière aussi simple que possible dans le chapitre IV. Certaines considérations élémentaires sur les figures régulières des espaces supérieurs ont été placées dans un appendice après le dernier chapitre.

Le chapitre V traite de l'idée de temps en elle-même, et en rapport avec l'idée d'espace, donnant ainsi l'image ou l'illusion d'une quatrième dimen-

Hosted by Google

sion ajoutée à celles de l'espace; on objective en quelque sorte l'idée de cette quatrième dimension, incompréhensible pour beaucoup de personnes, afin d'essayer de la rendre admissible par une image figurée.

Dans le chapitre VI on examine les idées de matière et d'énergie, qui complètent pour nous. avec celles d'espace et de temps, le tableau de l'Univers; ce sujet n'est traité que d'une manière très sommaire et surtout au point de vue de ses relations avec l'idée d'espace.

Comme toute connaissance ne saurait jamais être pour nous que relative, comme plus nécessairement encore il en sera de même pour l'hyperespace, révélé seulement par la raison, il est indispensable de rapporter d'abord cette idée à celles de l'espace à trois dimensions et des autres espaces simples que nous pouvons plus directement connaître. On étudiera donc, dans le chapitre VII quelles pourraient être les conditions d'un monde linéaire, espace à une dimension ou premier espace, d'un monde surface à deux dimensions ou deuxième espace, avant d'arriver au quatrième espace, en passant par celui qui nous est habituel.

Hosted by Google

Il est intéressant d'examiner les différentes raisons d'ordre tant mathématique que physique, qui apporteraient peut-être un commencement de démonstration à l'hypothèse de la quatrième dimension de l'espace et de la matière. C'est là l'objet du chapitre VIII.

Les arguments cités dans cet essai en faveur de la quatrième dimension sont résumés dans un second appendice ; ils ne sont pas tous, bien entendu, de même valeur et leur ensemble ne constitue pas une preuve complète ; d'autres arguments pourraient être fournis, et d'autres viendront encore sans doute plus tard augmenter la probabilité de l'hypothèse de l'hyperespace.

Ces questions permettent d'entrevoir certaines conséquences importantes dans le domaine métaphysique, il fallait aborder aussi ce sujet et indiquer les hypothèses qu'il comporte, sans vouloir rien affirmer, ni nier, de ce qui est inconnaissable pour nous.

Ne semble-t-il pas cependant difficile d'admettre que le mécanisme des phénomènes soit la seule raison d'être de l'univers et le dernier mot de la vérité ; ces rapports de grandeurs, de formes et de positions, qui représentent tout ce que

Hosted by Google

nous pouvons connaître, ne sont pas sans doute la réalité elle-même, mais seulement les apparences dues à la nature et à la limitation de nos sens.

Socrate se préparant à mourir disait à ses amis : « Si l'âme est immortelle, la chose vaut bien qu'on coure le risque d'y croire. C'est un hasard qu'il est beau de courir et dont il faut s'enchanter soi-même. » (Platon-*Phédon*.) Si l'intelligence de l'homme lui permet de trouver les relations entre les phénomènes, n'est-elle cependant rien en elle-même, et serait-elle condamnée à disparaître entièrement, inférieure en cela au corps matériel, qui du moins se transforme pour de nouvelles existences ?

L'idée de l'hyperespace élargit notre horizon au delà du domaine matériel et sensible et porte l'esprit vers une conception plus haute de l'Univers. La Raison qui peut percevoir clairement cette idée, en dépit des obstacles que lui opposent les sens, montre par là qu'elle est au-dessus des limitations apparentes de notre monde, et se met d'accord avec cette appréhension presque unanime de l'humanité qui veut la distinguer de la matière.

Hosted by Google

CHAPITRE PREMIER

LES ÉLÉMENTS DE LA CONNAISSANCE

Les sens, qui seuls nous permettent d'entrer en relations avec la nature, ne nous donnent qu'une idée bien imparfaite et souvent inexacte du monde extérieur, construit ainsi forcément à notre image; ils ne nous mettent en rapport qn'avec les corps matériels, et par leurs surfaces seulement; la résistance de la matière conduit à l'idée d'énergie, son étendue mène à l'idée d'espace et son déplacement à celle de temps. Les sensations sont ainsi liées intimement aux idées d'Espace, de Temps. de Matière et d'Énergie, qui constituent la base de tous les phénomènes et sont les idées premières pouvant conduire la Raison à quelque connaissance de notre Univers.

Leur synthèse est l'idée de mouvement qui comprend à la fois une force agissant sur le corps mobile, l'espace parcouru, le temps employé,

Hosted by Google

et correspond à l'idée de l'Univers même, puisque le repos absolu ne saurait exister nulle part dans la nature, que le mouvement répandu partout, anime non seulement les astres, mais toute la matière, jusque dans sa constitution la plus intime, dans ses dernières molécules.

Ces quatre idées, solidaires l'une de l'autre, sont en quelque sorte les quatre faces de l'idée de l'Univers, ses quatre limites ou projections dans notre esprit. Les sens ne nous permettent de connaître que les surfaces des choses, de même la raison peut seulement nous laisser apercevoir les surfaces de l'Univers; nous ne pouvons ainsi concevoir ces idées dans leur réalité absolue, ni même définir ou comprendre ce qu'elles représentent exactement. Elles n'existent d'ailleurs pas pour nous sans relations mutuelles; elles représentent tout ce à quoi se rapportent nos sensations, mais ne peuvent nous être connues en elles-mêmes; il est donc bien impossible d'arriver à la connaissance précise de ce qu'est réellement l'Univers, puisque pour cela, il serait nécessaire de rapporter ces idées à un point de comparaison pris en dehors, c'est-à-dire sortir du monde sensible et chercher au delà de ce qui peut être réellement connu.

Hosted by Google

L'idée d'espace ne nous apparaît qu'à travers celle d'étendue, qui est relative, soit aux objets matériels, soit aux trajets parcourus par eux sous l'influence du mouvement. Le temps ne se manifeste que par la durée, qui implique changement soit de position, soit d'état, d'un corps matériel, sous l'influence d'une force. L'étendue de la matière est sa relation avec l'espace, tandis que sa mobilité est sa relation avec une force qui lui serait appliquée. L'idée de l'énergie n'apparaît aussi qu'à travers la matière, qui lui fournit son point de départ et son point d'application; pour que nous puissions percevoir une force, il est indispensable qu'elle produise un déplacement ou un changement dans le corps; elle se manifeste ainsi comme mouvement, en faisant intervenir aussi l'espace et le temps.

Les nombreuses théories émises sur ces idées pourront être reprises ou renouvelées bien souvent, sans espoir de jamais arriver à une solution réunissant tous les suffrages; elles resteront toujours de la plus haute importance pour la pensée humaine, elles obligent l'esprit à réfléchir et l'élèvent bien au-dessus des intérêts et des préoccupations vulgaires.

Hosted by Google

En exerçant ainsi la plus haute de ses facultés, la Raison, l'homme peut chercher à sortir pour un instant de sa condition périssable et à jeter un regard vers l'avenir. « S'il faut philosopher, disait Aristote, il faut philosopher, et s'il ne faut pas philosopher, il faut au moins philosopher pour prouver qu'il ne le faut pas » et Descartes dans ses principes de philosophie; « c'est proprement avoir les yeux fermés sans jamais tâcher de les ouvrir que de vivre sans philosopher. »

La Philosophie doit accompagner la science, car autrement elle se perd dans le vague, ses tentatives sont vaines et en opposition avec elle-même. Ses conceptions sont donc limitées à celles de la science, mais ce domaine est assez vaste et toute investigation qui n'en sort pas est légitime.

Parmi toutes les sciences, celle dont les résultats sont les plus certains et vraiment infaillibles, est la Mathématique; elle est fondée sur la seule raison et permet cependant d'arriver à des conclusions absolument exactes sur les lois de notre Univers. La Science mathématique, dit Auguste Comte, « constitue l'instrument le plus puissant que l'esprit humain puisse employer dans la

Hosted by Google

recherche des lois des phénomènes naturels, elle est depuis Descartes et Newton la vraie base fondamentale de toute la philosophie naturelle ». Par les calculs mathématiques, fondés sur le raisonnement pur, on arrive à constater des faits parfaitement indépendants de la raison : on prédit une éclipse de soleil, on découvre une planète nouvelle. Les lois de la raison sont donc les lois mêmes des choses. C'est ainsi que la théorie de l'hyperespace, ou espace supérieur, plus complet, ou à dimensions plus nombreuses, que celui révélé par les sens, théorie basée sur les données scientifiques de la Géométrie à *n* dimensions, peut entrer légitimement dans le domaine philosophique.

Cette géométrie a été étudiée par de nombreux savants qui en ont tiré souvent des conséquences de la plus haute importance. Dans un article paru à ce sujet (mars 1900), dans l'Enseignement mathématique, M. Victor Schlegel donne un Index bibliographique qui, bien que forcément incomplet, comprend cependant déjà 439 titres de travaux sur la géométrie à *n* dimensions.

La possibilité abstraite des espaces supérieurs ne constitue pas évidemment, et d'aucune façon, une preuve à priori de leur existence concrète

Hosted by Google

dans notre Univers. Si la philosophie peut user, à juste titre, de ces données de la science, elle ne doit le faire qu'à titre de simple hypothèse, puisque nos sens, par leur nature même, nous refusent toute connaissance de ces espaces.

Comme les corps matériels ont trois dimensions sensibles, nous sommes amenés à n'en donner que trois à l'espace qui les contient; de même l'énergie qui meut les corps semble ne devoir se rapporter qu'à ces trois directions; le temps enfin, allant toujours vers l'avenir est représenté, faute de mieux, par une ligne droite sans relations apparentes avec les dimensions de l'espace, mais toutes ces conceptions sont relatives à la nature de nos sensations, elles ne sont pas absolues et peuvent n'être que des apparences.

Il existe sans doute bien des propriétés de l'Espace ou de la matière qui nous sont inconnues, parce que les organes nous manquent pour les découvrir et que nous ne pouvons concevoir le monde extérieur indépendamment de nos organes; c'est ce qui a fait dire à Schopenhauer : « le monde est mon image représentative. » Idée juste, si on ne la prend pas au sens absolu, qui exclurait toute réalité.

Hosted by Google

L'hypothèse de l'hyperespace pourrait être jugée inutile si nous ne voyions aucun moyen de la justifier, puisqu'elle semblerait œuvre pure de l'imagination. On exposera les diverses raisons qui paraissent militer en sa faveur, sans se dissimuler cependant, qu'ainsi que toute théorie d'ailleurs, elle ne saurait probablement jamais trouver pour nous sa justification complète.

A l'origine de toute connaissance sont les phénomènes; lorsqu'on cherche à établir leur nature, il faut tout d'abord avoir recours à l'observation et à l'expérimentation, qui cependant ne suffisent pas, car elles ne sortent pas du sensible et du relatif. Les explications scientifiques tirées de l'expérience ne sont la plupart du temps que des rapports, qu'un examen superficiel fait prendre à tort pour des causes.

L'objet de la science est de décomposer d'abord le phénomène en éléments plus simples, d'examiner ceux-ci, pour les relier ensuite les uns aux autres, formant ainsi des groupes de faits attribuables au même antécédent, à la même cause apparente. Bientôt l'expérience sensible a épuisé ses moyens, il faut avoir recours à l'hypothèse, qui va au delà du connu, est invérifiable par elle-

Hosted by Google

même, mais peut devenir probable, à mesure qu'elle englobe un plus grand nombre de faits, paraissant comme autant de témoins de sa réalité; si elle arrive ainsi dans le domaine du possible, elle reste presque toujours cependant en dehors du certain.

Nous parvenons quelquefois à connaître les données de quantité parce qu'elles sont des rapports, c'est-à-dire s'établissent relativement, mais non pas à atteindre les données qualitatives. Un objet, par exemple, tombe sous l'influence de son poids, on recherche les lois de la chute des corps et on s'aperçoit que tous sont également attirés vers le centre de la terre; un savant de génie découvre que la pesanteur n'est qu'un cas particulier de l'attraction universelle, que tous les corps s'attirent mutuellement, et établit les lois de cette attraction. Mais comment cette force se propage-t-elle et quelle en est la cause? L'hypothèse, seule, pourra donner un semblant de satisfaction à l'esprit.

Les théories scientifiques sont donc une sorte de synthèse, cherchant à grouper certains faits sous une même hypothèse, dont on analyse ensuite les conséquences. D'autres faits viendront

Hosted by Google

ensuite, soit augmenter, soit infirmer au contraire la probabilité de la théorie, qu'on pourra cependant, dans ce dernier cas, conserver si elle est plus commode et si on ne trouve rien de plus vraisemblable pour la remplacer.

Ces hypothèses établies en dehors du sensible, invérifiables et quelquefois en contradiction formelle avec certains faits, sont néanmoins une des sources les plus fécondes des découvertes scientifiques, elles rendent les plus grands services aux sciences et sont indispensables à leurs progrès.

Il est absolument impossible de s'en passer, lorsqu'on veut regarder au delà du simple ordonnancement des résultats, et chercher la raison des lois, pour en trouver d'autres plus larges et plus complètes; cependant certains savants ont la prétention de les rejeter entièrement et de se borner exclusivement aux données de l'observation et de l'expérience; ils s'illusionnent eux-mêmes, toutes les théories de la science, indispensables d'ailleurs, car elles servent à classer et à coordonner les faits, n'étant autre chose que des hypothèses; il n'y a entre elles qu'un degré de probabilité plus ou moins grand, non pas même constant, mais variable. Établies en vue de la recherche de la

Hosted by Google

réalité que toute apparence recouvre, il ne faut pas se dissimuler qu'elles appartiennent par cela même à l'ordre métaphysique.

En leur donnant le nom d'hypothèses scientifiques, on a prétendu les distinguer des hypothèses métaphysiques traitées avec mépris par plusieurs écoles philosophiques depuis Auguste Comte surtout; en réalité ce n'est qu'une question de degré dans leur nature, et nulle science, nulle philosophie ne saurait s'en passer, en renonçant absolument à toute explication des phénomènes en dehors de l'expérience. Toutes les théories scientifiques ont un fondement métaphysique indiscutable; ce n'est pas cela qui nuit à leur valeur, car il ne saurait en être autrement. Il faut les considérer plutôt comme des méthodes provisoires que comme des vérités indiscutables ou des images de la réalité, car elles viennent se heurter aussi avec certaines contradictions formelles.

L'hypothèse, invérifiable aujourd'hui, basée seulement sur des analogies, des possibilités, peut trouver plus tard pour s'établir, des faits soit nouveaux, soit autrement interprétés ; il était nécessaire de la former d'abord pour en tirer les

Hosted by Google

conséquences, et les progrès dans la connaissance de la nature ont souvent été amenés par la naissance de nouvelles hypothèses, qui, négligées au début, se sont imposées peu à peu parce qu'elles répondaient à plus de faits que les anciennes.

La science étend son domaine en avant vers l'avenir au moyen de ces théories métaphysiques; vouloir y renoncer, ainsi que le prétendent les positivistes, serait arrêter toute connaissance aux seuls faits qui semblent actuellement prouvés, sans en rechercher de nouveaux, supposés inconnaissables, fixer ainsi arbitrairement la limite de ce que nous pouvons atteindre et donner toute prépondérance à la sensation sur la raison. « On se demande, dit M. G. Belot[1], quels progrès aurait jamais faits la science, si, positive avant l'heure, elle avait toujours considéré comme inaccessible ce qu'elle ne réussissait pas à atteindre?... Comment savoir ce qui est ou non accessible, sinon en s'efforçant d'y atteindre. » D'ailleurs enchaînés à l'apparence, devons-nous renoncer pour cela à toute recherche de l'essence des choses? la raison franchit les bornes étroites

1. *Idée et méthode de la philosophie chez Aug. Comte.*

Hosted by Google

où nous maintiennent les sens et ne serait plus elle-même si elle ne cherchait quand même à connaître cet infini de l'inconnaissable qui l'entoure de toutes parts.

L'homme est doué d'un besoin instinctif de s'expliquer le monde et sa propre existence ; ceux qui veulent essayer de détruire cette faculté si puissante se trouvent obligés, à quelque secte qu'ils appartiennent, de donner à leurs hypothèses le nom de certitude et n'aboutissent en somme qu'à l'intolérance. La seule chose importante, lorsqu'on ne veut pas se tromper soi-même et tromper les autres, est, non de rejeter les hypothèses, mais d'avouer franchement ce qui n'est que tel, pour ne pas leur donner l'apparence de faits indiscutables, et les confondre avec la certitude que nous pouvons bien difficilement atteindre.

Combien de faits dans la nature demeurent, malgré les progrès des sciences, absolument inexpliqués, même parmi les plus simples ; l'explication, dont il faut se contenter, n'est la plupart du temps qu'une autre manière, d'apparence un peu plus scientifique, de présenter le fait lui-même ; elle est souvent défectueuse si elle se rapporte da-

Hosted by Google

vantage au sujet qu'à l'objet lui-même, si elle contient trop d'éléments personnels, alors que pour une explication réelle et juste, il faudrait faire abstraction de notre manière d'être, et s'occuper seulement du phénomène en lui-même, ou dans ses rapports avec d'autres phénomènes. Ainsi seulement, il serait peut-être possible de se représenter le monde tel qu'il doit être en réalité, c'est-à-dire en dehors de nous et de nos idées préconçues.

Un des meilleurs moyens de développer l'étendue de notre expérience est de mettre en doute tout ce qui peut sembler limité, d'une manière arbitraire ou irrationnelle, dans le domaine de nos connaissances.

Certains gaz par exemple, semblaient autrefois différer des autres et étaient appelés permanents, parce qu'on ne pouvait en obtenir la liquéfaction ; il est démontré maintenant que cette propriété est la même pour tous. De même on admettait trois états de la matière, solide, liquide et gazeuse, lorsque Faraday vers 1816, eut l'idée de rechercher s'il n'existait pas un quatrième état, dit état radiant : il développa cette conception comme une simple hypothèse scientifique, car la science expérimentale n'avait pas alors à sa disposition

Hosted by Google

toutes les ressources dont elle dispose aujourd'hui. Maintenant, grâce aux travaux de M. Crookes et de M. Curie, l'état radiant est une réalité démontrée par de nombreuses expériences. De plus la distinction entre ces états de la matière ne semble pas actuellement absolue, car aucune ligne de démarcation fixe n'existe entre eux.

Enfin notre espace, tel que nous le connaissons, est limité à trois dimensions, hauteur, longueur, largeur ; au moyen de trois coordonnées, nous pouvons atteindre tout point de l'espace ; mais pourquoi dans cet espace, qui nous semble infini en tous sens, trois dimensions seulement? Est-ce une limitation absolue, ou seulement la limitation de nos sens, qui nous font concevoir la matière à trois dimensions et reportent ensuite cette propriété à l'espace, celui-ci ne pouvant être perçu que par l'intermédiaire de la matière ?

Prenons une ligne droite dont nous représentons la longueur par la lettre a ; elle peut engendrer, par son déplacement, un carré a^2. Si ce carré se meut suivant une perpendiculaire à son plan, de hauteur a, il engendrera un cube a^3. S'il était ensuite possible de faire mouvoir ce cube dans

Hosted by Google

une direction perpendiculaire à ces trois dimensions, on obtiendrait une figure a^4 de l'espace à quatre dimensions : mais un tel mouvement semble absurde, parce qu'on ne peut se le figurer.

Cependant la géométrie permet d'étudier les propriétés des corps a^4, a^5, a^n, n étant un nombre quelconque, et non seulement les figures dérivées du cube, mais bien d'autres encore, dans des espaces quelconques de dimensions supérieures à trois. Il n'y a pas d'autre motif apparent à la limitation de l'espace que l'état de notre sensibilité, puisque la géométrie, science de l'espace et de la raison, nous permet de concevoir des espaces d'ordre de plus en plus élevé. Le meilleur procédé pour étudier les propriétés des divers espaces est de s'élever peu à peu en partant du plus simple, ou espace linéaire, et procédant successivement par analogie dans les autres espaces ; au point de vue pratique, nous n'avons pour guide que l'espace à trois dimensions auquel nous sommes habitués, nous ne pouvons donc pas espérer, si ce n'est dans l'ordre mathématique, élever nos conceptions plus haut que le quatrième espace.

Un espace est la limite de l'espace immédiatement supérieur. Une surface est limitée par des

Hosted by Google

lignes et forme l'enveloppe d'un corps à trois dimensions, qui lui-même serait une limite d'une figure, ou d'un espace, à quatre dimensions.

Notre monde actuel pourrait donc être, en quelque sorte, la surface d'un pareil espace ; les différentes énergies, telle l'attraction, seraient des forces de tension de surface, analogues à celles agissant à la surface d'un liquide, différentes de celles à l'intérieur. Notre contact avec le quatrième espace se ferait par ce milieu inconnu, que les physiciens ont appelé l'éther, et, comme on le suppose d'ailleurs, c'est par lui que se transmettrait l'énergie sous toutes ses formes.

On ne peut rien affirmer quant à l'état réel de l'Univers et à la possibilité d'un espace à plus de trois dimensions, dont l'idée semble bien ne devoir jamais être pour nous qu'une abstraction pure. Cependant, s'il est possible de se représenter les apparences des formes régulières dans un espace plus élevé, il se peut aussi que la limitation que nous imposent les sens, soit le seul obstacle, dépassé d'ailleurs par l'intelligence, ne nous permettant pas d'arriver à la pleine connaissance des espaces supérieurs.

On voudra peut-être objecter à cette thèse l'ar-

Hosted by Google

gument du sens commun ; celui-ci à la vérité, bien que ne donnant pas toujours pleine satisfaction à l'esprit, est un guide assez certain dans l'obscurité où nous nous débattons ; il faut bien faire observer aussi qu'il est essentiellement variable selon les époques, et marche en raison des progrès de l'humanité. Il est le résultat des sensations, que seules nous pouvons observer, mais celles-ci ne sont que les signes plus ou moins déformés des choses, rectifiés par la raison à l'aide des données de la science; le sens commun accepte les faits et ne les devance pas, il varie lentement en suivant de très loin les indications de la science, et de cette manière, celui d'aujourd'hui est souvent l'opposé de celui d'hier.

Pendant longtemps le sens commun voulut que la terre fût plate ; on en était encore à ce moment, si l'on peut s'exprimer ainsi par approximation, à l'âge de la terre surface à deux dimensions, et si de grands philosophes tels que saint Augustin, Lactance, saint Chrysostome, traitèrent d'hypothèse absurde l'idée des antipodes, c'est qu'ils prenaient les préjugés de leur temps pour des vérités indiscutables, à l'égard desquelles aucune contradiction ne pouvait être admise.

Hosted by Google

« Comment ne voyez-vous pas, dit saint Augustin, que s'il y avait des hommes sous nos pieds, ils auraient la tête en bas et tomberaient dans le ciel. » Il en fut presque toujours de même : les idées de Copernic sur le mouvement de la terre ne parvinrent à s'établir que plus d'un siècle après sa mort, et le sens commun voulait continuer à se représenter le soleil et les astres fixés sur la voûte céleste tournant autour de la terre immobile.

Les progrès des sciences ont changé toutes ces théories et bien d'autres ; on doit penser que le dernier mot n'est pas encore dit, car, à notre époque surtout, les découvertes qui se succèdent si nombreuses donnent lieu à de nouveaux étonnements, à de nouvelles modifications du sens commun qu'il serait hors de ce sujet de retracer.

Les théories, même établies, ne doivent donc pas être regardées comme des vérités indiscutables, mais seulement des modes plausibles et commodes d'explication des phénomènes, des sortes de conventions destinées à se modifier peut-être un jour. Toute théorie nouvelle vient se heurter aux associations d'idées établies depuis

longtemps par l'habitude et l'éducation, mais bien des notions que la perception sensible paraît imposer à l'esprit, peuvent avoir seulement un rapport très éloigné avec la vérité dont elles empruntent le nom.

Toute explication de la nature a une origine éminemment subjective ; elle ne peut donc être réputée vraie d'une manière absolue et, en tout cas, ne reste telle provisoirement, en attendant une rectification possible, que pour cette faible partie de l'Univers ouverte à notre investigation.

Pour chercher à connaître sans parti pris, le véritable aspect des choses, il faut d'abord séparer les éléments personnels, innés ou acquis, du fait en lui-même, élevant ainsi davantage la faculté de percevoir, c'est-à-dire se défier des sensations, et leur accorder une importance beaucoup moindre qu'à la raison.

Devons-nous penser en effet que le monde matériel où nous vivons est seul existant, et nier de parti pris tout ce qui serait au-dessus de lui ? Il faut, en ce qui concerne la recherche de l'absolu, se dégager entièrement des impressions sensibles, et faire appel à la seule Raison, car nous sommes aussi avancés sur ce sujet, avec toute notre

Hosted by Google

science, que les habitants de la caverne dont parle Platon ; nous ne voyons que les ombres des choses et prenons ces apparences pour la réalité. Mais ces ombres, que nous apercevons avec peine, ne se sont pas formées d'elles-mêmes et sans cause ; elles sont peut-être le reflet d'une réalité plus haute vers laquelle aspire notre Raison.

Hosted by Google

CHAPITRE II

L'IDÉE D'ESPACE ET L'INFINI

L'espace et le temps, d'après la philosophie idéaliste, n'existent pas en dehors de nous et ne sont que de simples formes de l'entendement : le temps, un ordre de successions, ou la forme à priori de la sensibilité interne ; l'espace, un ordre de coexistences, la simple possibilité des phénomènes extérieurs, ou la forme à priori de la sensibilité externe. Si l'espace se trouve ainsi intimement uni aux objets de perception qu'il contient, sa conception n'est cependant pas nécessairement limitée par eux, car, étant la condition même de toute expérience, il ne peut lui-même en provenir et ne dépend pas, par conséquent, des qualités d'étendue des corps matériels.

La principale objection contre la réalité de l'espace et du temps est que, s'ils existaient réellement, ils seraient nécessairement substances

Hosted by Google

ou attributs et que nous ne pouvons les concevoir à aucun de ces deux états ; mais on peut penser que la définition de substance est fort obscure et certainement incomplète. Aussi beaucoup de philosophes, sans tenir compte de raisonnements trop subtils pour être absolument convaincants, ne peuvent s'empêcher de laisser à l'espace et au temps, la réalité que leur ont toujours accordée le sens commun et le consentement presque unanime, appuyés sur les résultats des sciences physiques.

L'un et l'autre sont, il est vrai, inconnaissables pour nous dans leur essence, et c'est pourquoi la discussion pourra continuer longtemps encore, sans se terminer jamais, entre les partisans du réel ou de l'idéal, d'autant que ces manières de voir n'influent nullement sur les qualités apparentes de l'espace et du temps, et sur les déductions que l'esprit peut en tirer.

L'espace, concept de la raison pure, nous paraît immobile, invariable et comme achevé, il ne se modifie pas ainsi que le temps, et non plus que celui-ci n'est révélé par les sens ; il ne se manifeste à nous que par ce qui s'y trouve contenu, c'est-à-dire par les corps matériels ; au

Hosted by Google

moyen de cet intermédiaire, on arrive à se représenter des portions plus ou moins vastes de l'espace. Alors que l'idée de temps est essentiellement intime et fugitive, l'idée d'espace vient d'impressions extérieures et permanentes.

On est ainsi conduit à donner à l'espace les trois dimensions qui nous paraissent être un des attributs sensibles de la matière, longueur, largeur, hauteur, formant son étendue ou sa représentation dans l'espace; cette conception de l'espace est toute relative à notre sensation, non pas même de l'espace, mais de la matière par rapport à l'espace, donc relative au deuxième degré.

L'espace n'est ni matière ni forme, il a au moins autant de dimensions que les corps qui y sont contenus, c'est ce qu'on peut affirmer sans crainte de se tromper, mais qu'il n'en ait pas davantage, rien ne le prouve. Dans ces conditions, il est permis de se demander si l'espace absolu doit être considéré comme étant à trois dimensions seulement, et comment il pourrait être différent de ce que nous l'imaginons.

Une ligne est un espace à une dimension, car pour fixer la position d'un point sur cette ligne,

Hosted by Google

à partir d'une origine, un seul nombre suffit ; de même une surface est un espace à deux dimensions, deux nombres, longitude et latitude sur la sphère, déterminent un point, et nous imaginons l'espace qui nous entoure comme étant à trois dimensions, parce que nous pouvons atteindre et représenter chaque point au moyen de trois coordonnées.

Cet espace nous paraissant infini dans tous les sens, comment se trouve-t-il limité à trois dimensions ? « Le nombre ternaire est déterminé, dit Leibnitz, non par la raison du meilleur, mais par une nécessité géométrique ; c'est parce que les géomètres ont pu démontrer qu'il n'y a que trois lignes droites perpendiculaires entre elles qui se puissent couper en un même point. » Ainsi, un être imaginaire, construit pour se mouvoir uniquement sur une surface, démontrerait de même que cet espace à deux dimensions est seul possible, parce que ses sens ne lui permettent pas d'en concevoir un autre d'un ordre plus élevé.

Nous n'avons pas le droit de nier tout ce que nous ne concevons pas et, selon l'expression de Turgot, « de donner nos idées pour bornes à l'Univers ». Si rien ne révèle à nos sens l'existence

Hosted by Google

d'un espace à quatre dimensions, si nous ne pouvons pas plus le concevoir directement, qu'un être plan ne pourrait concevoir notre espace, il n'en faut pas conclure sans examen à son impossibilité.

Le monde extérieur est révélé par l'intermédiaire des organes, on ne saurait le percevoir que selon la constitution de ceux-ci : nous ne pouvons voir, entendre, toucher, que selon la manière dont se trouvent conformés l'œil, l'oreille ou l'organe du tact ; mais les sens sont imparfaits et ne semblent même pas constitués dans le but de nous donner toute la connaissance de la nature, car ils nous représentent, non pas les phénomènes en eux-mêmes, mais seulement nos propres sensations, et seulement aussi des impressions de surface.

Si ces organes étaient construits autrement, ou en plus grand nombre, le monde paraîtrait certainement différent, nous pourrions en avoir une idée tout autre. Nos sens sont même inférieurs à ceux de certains animaux ; ils ne nous donnent en réalité que des images déformées des phénomènes réels, dont plusieurs ont pu rester longtemps ignorés, parce qu'aucun organe ne nous mettait en rapport direct avec eux, et dont beaucoup d'autres sans doute, peut-être des plus

Hosted by Google

importants, nous resteront toujours inconnus. Nous n'avons pas de sens pour l'électricité, et ses phénomènes, pourtant continuels, ne se révèlent à nous que lorsqu'ils se transforment en d'autres actions pouvant impressionner les sens, chaleur, lumière, bruit, mouvement, etc. C'est pourquoi la connaissance de cette force est relativement récente.

En ce qui concerne l'espace, comme son image n'est donnée que par l'intermédiaire des corps matériels, nous ne pouvons le concevoir que relativement à ceux-ci, et restons sous l'influence des préjugés enracinés en nous par l'éducation et par les sensations. Il est donc sage de ne rien affirmer quant à son état réel et, si l'on veut bien se mettre en dehors de la routine habituelle, réfléchir d'une manière abstraite, sans tenir compte des idées préconçues et des impressions si souvent trompeuses des sens, l'idée d'un espace plus complet que celui que nous connaissons, l'idée de l'hyperespace, pourra se présenter naturellement à l'esprit.

Lorsque sur le rivage de la mer nous voyons s'éloigner un navire, celui-ci semble d'abord s'abaisser à l'horizon, il disparaît peu à peu, mais ses mâts

Hosted by Google

restent encore visibles jusqu'à ce que l'extrémité supérieure paraisse seule avant de disparaître à son tour. Ce fait aurait dû, semble-t-il, démontrer avec évidence dans tous les temps, la rondeur de la terre, mais les préjugés sont si tenaces, que cette idée, fort simple pourtant, a mis de nombreux siècles pour s'établir comme une vérité indiscutable. Peut-être, de même, l'existence de la quatrième dimension paraîtra-t-elle, un jour, découler en toute évidence de faits nouveaux amenés à notre connaissance par le progrès des sciences, ou même de faits anciens depuis longtemps connus, mais dont on avait négligé certaines conséquences ; ainsi, par exemple, l'existence de certaines figures symétriques, telles que la main droite et la main gauche, ou encore un objet et son image réfléchie dans un miroir, dont nous aurons occasion de parler.

En étudiant ces figures, Kant remarqua qu'elles sont absolument égales et semblables quant à la disposition de leurs parties, sans pouvoir cependant coïncider ; il en conclut que la forme des corps ne résulte pas simplement de la situation réciproque de leurs éléments ; l'espace peut donc avoir sa réalité propre et sa connaissance ne doit pas se régler uniquement sur les objets. On peut

Hosted by Google

ainsi se demander si l'espace absolu doit bien, obligatoirement, ne posséder seulement que trois dimensions, ainsi qu'il nous paraît.

Si notre espace est réellement à trois dimensions, cela n'implique pas d'ailleurs, qu'il en soit de même dans d'autres régions infiniment éloignées, mais il pourrait aussi n'être qu'une section ou une limite d'un espace à quatre dimensions, comme un plan serait contenu à l'intérieur, ou placé à la surface, d'un volume. La quatrième dimension pourrait alors être perçue dans les limites de l'infiniment petit, et c'est là en effet, qu'il y aurait peut-être quelques chances de l'atteindre.

Les problèmes de l'espace et du temps sont intimement liés à ceux qui concernent l'infini, il y a donc lieu d'examiner cette dernière idée, et, si nous ne pouvons espérer la pénétrer entièrement, puisqu'elle est une des formes de l'absolu, de rechercher au moins une solution qui satisfasse l'esprit d'une manière relative.

La première des célèbres antinomies de la Raison pure, de Kant, pose le problème de l'infinité du monde dans le temps et dans l'espace en cherchant à démontrer l'impuissance de l'esprit

Hosted by Google

à le résoudre. Les divergences de vues des savants qui ont préféré adopter tantôt la thèse, tantôt l'antithèse, semblent rendre la question insoluble et donner raison par conséquent au philosophe de Königsberg.

Toutes les représentations intellectuelles procèdent des représentations sensorielles, par conséquent matérielles; nous ne pouvons, limités par les sens, concevoir qu'un tout donné, c'est-à-dire excluant l'infini; de plus, ce tout doit être formé de parties et ces parties ne peuvent être nulles, car une somme, si grande fût-elle, de parties nulles, ne donnerait jamais que le néant. Les intuitions sensibles sont ainsi nécessairement successives dans le temps et morcelées dans l'espace, mais nous ne pouvons saisir pleinement leur ensemble, car ces portions de durée et d'étendue sont simplement imaginées par l'esprit et créées par lui à notre usage.

Si malgré tout, la raison peut admettre l'idée de l'infini de l'espace et du temps, sans pourtant pouvoir la concevoir, c'est qu'elle cherche à s'élever au-dessus de l'influence des sens qui viennent mettre obstacle à sa libre action; si nous voulons essayer d'atteindre l'infini par l'observation, nous ne pouvons y parvenir; il ne faut cependant pas

mettre au-dessus de la raison nos moyens d'observation, forcément incomplets, parce qu'ils subissent l'action de notre nature sensible.

C'est souvent par la considération de l'étendue que l'on pense arriver à la conception de l'infini; l'astronomie nous montre à quel prodigieux éloignement se trouvent les étoiles. Il a fallu prendre pour évaluer ces distances, une unité immense elle-même : la vitesse de la lumière qui est de 300 000 kilomètres à la seconde et, tandis que la lumière du soleil met environ huit minutes à nous parvenir, celle des étoiles les plus voisines emploierait plusieurs années, celle des dernières nébuleuses télescopiques mettrait des milliers, peut-être des millions d'années, d'après Herschell, pour arriver jusqu'à nous, et par delà ces nébuleuses d'autres étendues sont encore possibles. « Tout ce monde visible n'est qu'un trait imperceptible dans l'ample sein de la nature ; nulle idée n'en approche, nous avons beau enfler nos conceptions au delà des espaces imaginables, nous n'enfantons que des atomes au prix de la réalité des choses »[1].

1. Pascal. *Pensées.*

Hosted by Google

L'infini nous échappe parce qu'il est sans limites, mais la raison le saisit cependant parce que ces limites ne peuvent en effet exister pour elle, et l'espace représente bien l'image absolue, quoique incompréhensible, de l'infini. Cette idée peut sembler être le fruit de l'imagination plutôt que de la raison ; en ce qui concerne l'infini, tel que nous l'avons envisagé jusqu'à présent, l'imagination, qui est d'ailleurs l'un des attributs de la raison, joue, il est vrai, un rôle important, mais prend pour point de départ une base certaine et indiscutable, à savoir l'immensité de l'espace.

On ne saurait cependant arriver à la conception rationnelle de l'infini par l'indéfini, c'est-à-dire par la considération de grandeurs qui peuvent être augmentées sans cesse. Conservant la faculté de répéter un nombre indéfini de fois la même opération arithmétique ou géométrique, on n'arrivera jamais à faire succéder l'infini à l'infiniment grand ; Galilée, le premier, a fait remarquer que l'hypothèse de la suite des nombres prolongée à l'infini, impliquait contradiction et par suite devait être rejetée comme erronée. Soit en effet la suite naturelle des nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5... les carrés que renferme cette suite seront en mino-

rité, et cette minorité sera de plus en plus marquée. Parmi les dix premiers nombres il n'y a que trois carrés, parmi les cent premiers il n'y en a que 10, parmi les 1000 premiers il n'y en a que 31. Si donc la suite des nombres était supposée prolongée à l'infini, les termes carrés y seraient en bien grande minorité ; or, une suite réellement infinie de nombres, devrait comprendre chaque nombre avec son carré, le carré du carré, etc. La contradiction étant manifeste, il est évident que la suite des nombres ne peut être prolongée à l'infini.

Mais il n'en est aucunement de même pour l'espace et le temps ; ceux-ci, en effet, n'ont pas en eux-mêmes de parties qui les puissent nombrer et, comme l'infini, dont c'est justement l'une des propriétés, ils ne forment pas une quantité.

Les parties de l'espace ou du temps que nous pouvons envisager sous les noms d'étendue ou de durée, ne sont pas des parties ou des sous-multiples de l'espace absolu ou du temps absolu, qui ne forment pas une quantité donnée, et par suite ne sont pas divisibles, mais ce sont des parties d'un espace donné ou d'un temps donné,

Hosted by Google

choisis aussi grands qu'on le voudra. Sur une ligne droite infiniment étendue, nous pouvons séparer un segment, mais celui-ci ne sera jamais un sous-multiple de la droite, car, en le multipliant par un nombre, quelque grand qu'il soit, même indéfiniment grand, on ne pourrait jamais reproduire la droite dans sa totalité.

Soit maintenant une droite dont nous prenons successivement la moitié, puis la moitié de cette moitié et ainsi de suite, c'est-à-dire les fractions obtenues en la divisant par 2, 2^2, $2^3 \ldots 2^n$; en prolongeant l'opération indéfiniment la fraction $\frac{1}{2^n}$ peut être rendue aussi petite qu'on le voudra mais ne pourra jamais atteindre zéro. Si en effet une dernière valeur de $\frac{1}{2^n}$ pouvait être nulle, il suffirait pour remonter la série, de multiplier cette valeur successivement par 2, 2^2, etc., mais on n'obtiendrait ainsi jamais que zéro.

Lorsqu'on dit en Algèbre que $\frac{1}{2^n} = 0$ pour $n = \infty$ c'est simplement une manière de généralisation exprimant que n augmentant indéfiniment, $\frac{1}{2^n}$ décroît d'une manière indéfinie ; mais nous ne pouvons absolument pas, comme quantité ou

Hosted by Google

mesure, atteindre ni concevoir le zéro, qui n'est rien, non plus que l'infini qui en est l'inverse. Ces deux expressions ne sont ni des quantités ni des mesures; les symboles o, ∞, qui les représentent, n'expriment réellement qu'une disparition de toute quantité.

Nous ne pouvons atteindre l'infini et cependant nous déclarons que l'espace est tel; il y a là une contradiction formelle, provenant de ce que nous confondons inconsciemment notre espace sensible, tel que nous sommes capables de nous le représenter, et l'espace absolu, tel qu'il peut être, avec son caractère d'infinité, et d'ailleurs cette confusion se retrouve en géométrie euclidienne, comme on l'établira au chapitre suivant.

En résumé l'idée de l'infini est virtuellement vraie, mais le jugement qui applique cette idée à l'espace sensible est erroné; l'espace que nous voulons mesurer, et qui nous est révélé par la sensation, ne peut avoir l'attribut d'infini parce que l'infini n'est pas une grandeur et ne se mesure pas. Une grandeur mathématique est celle qui est susceptible d'augmentation ou de diminution; l'idée d'une grandeur finie nous est fournie par l'expérience, car nous ne touchons ou

Hosted by Google

ne voyons que des formes finies ; l'imagination permet encore de saisir assez facilement le rapport entre le fini et l'indéfiniment grand, ou l'indéfiniment petit, mais ne suffit pas à distinguer ce qui est au delà ; les bornes de notre connaissance sensible sont : d'une part l'indéfiniment petit, d'autre part l'indéfiniment grand ; s'il n'est pas interdit de se risquer au delà, ce n'est plus que le raisonnement pur qui peut nous y conduire, il ne faut pas l'oublier.

Il existe donc pour notre expérience, sinon pour notre pensée, des limites impossibles à franchir ; nous ne savons rien de ce qui existe entre le dernier élément de petitesse et le zéro, non plus qu'entre le dernier élément de la grandeur et l'infini, mais nous devons admettre ces intervalles, l'un infiniment petit, l'autre infiniment grand, contenant d'ailleurs l'un et l'autre une infinité de valeurs ; la raison et le sens commun sont absolument d'accord à ce sujet.

M. Bonnel a exposé très clairement ces principes dans son ouvrage « Les atomes et hypothèses dans la géométrie », il applique sa conception ingénieuse de l'atome et du tome de grandeurs, désignés par les symboles α et ω, aux démons-

Hosted by Google

trations de la géométrie expérimentale ; mais il ne semble pas en avoir déduit toutes les conséquences possibles, car il néglige de parti pris les valeurs comprises entre zéro et α, ω et ∞.

L'atome et le tome ne suppriment pas les conceptions légitimes du néant et de l'infini, ils établissent les limites de la grandeur mesurable, en indiquant seulement où elle commence et où elle finit. Cette conception de l'atome et du tome, toute relative à la sensation, a sa valeur propre pour la géométrie expérimentale, mais ne saurait valoir dans le domaine abstrait de la géométrie générale, car elle néglige les infiniment petits des divers ordres, ainsi que leurs inverses, qui sont les produits de la raison et non de l'expérience.

La conception atomique, qui date de la plus haute antiquité, et reste adoptée maintenant pour les sciences physiques, se trouve ainsi généralisée, au point de vue de la sensation, pour les idées relatives à l'espace. L'atome s'impose à l'esprit, non d'une manière absolue, il est vrai, mais comme un infiniment petit que la sensation sait arrêter à temps pour en faire usage, on ne peut pas davantage le connaître dans l'ordre mathématique que dans l'ordre physique.

Hosted by Google

Les raisonnements qui précèdent, et la notion d'un espace sensible limité, qui en est la conséquence, sont relatifs à nos sensations, à nos moyens d'action humains ou subjectifs ; mais c'est en même temps ce qui en fait la valeur, car si nous voulons deviner et chercher au delà de ce que nous pouvons connaître par l'expérience, il faut, sans aucun doute, nous établir solidement et sûrement d'abord, sur le fondement inébranlable de ce que nous pouvons connaître réellement.

C'est avec cette conviction que nous arrivons à la notion d'espace, telle qu'elle doit être déduite de la géométrie d'Euclide, c'est-à-dire telle qu'elle nous est révélée par l'expérience seulement, maintenue dans ses limites formelles ; on montrera ensuite qu'au delà de ces limites, d'autres espaces différents sont encore possibles, et mêmes probables, puisque notre espace sensible n'est qu'un cas particulier, une hypothèse répondant en quelque sorte à notre expérience, au milieu de beaucoup d'autres, et que l'espace absolu n'est pas nécessairement tel que nous savons le mesurer.

Hosted by Google

CHAPITRE III

L'ESPACE ET LA GÉOMÉTRIE D'EUCLIDE

La géométrie euclidienne n'est pas une science de raisonnement pur, fondée uniquement sur des vérités nécessaires ; elle établit ses principes par l'expérience, car elle a pour objet l'étude de l'étendue concrète qui répond d'une certaine manière à nos sensations ; il n'est pas besoin d'y insister ; nul ne semble en douter maintenant ; M. de Freycinet l'a démontré une fois de plus et d'une manière magistrale dans son récent ouvrage: de l'Expérience en Géométrie.

Or, notre expérience est relative à nos sensations, à nos moyens d'action forcément limités ; si les définitions purement nominales de la géométrie correspondent au concept de l'espace, il n'en est pas de même pour les idées fondamentales de construction dans l'espace, servant à la détermination des objets qui y sont situés, basées

Hosted by Google

sur les axiomes, faites d'expériences indémontrables par le raisonnement ; cette distinction est absolument nécessaire.

Les axiomes ont une portée toute subjective, ce sont de simples conventions ou des définitions déguisées ; ils sont en effet rendus nécessaires pour nous, par la nature même de nos sensations et conservent le caractère de relativité de ces dernières.

Pour relier ensemble les définitions et les axiomes dans un rapport logique, il est indispensable que les données soient les mêmes de part et d'autre. Les définitions étant plus générales, on peut les restreindre d'abord dans les limites du relatif et de l'expérience, qui correspondent aux axiomes ; c'est ainsi que la géométrie euclidienne s'établit sur une base absolument logique et certaine, et que ses déductions n'auront plus rien d'arbitraire, si elle ne sort pas de son domaine purement expérimental. Il est donc bien entendu que les définitions, comme les axiomes de cette géométrie, correspondent seulement aux lignes, aux surfaces et à l'espace, qui font l'objet de notre expérience.

On ne saurait ainsi sans contradiction, et comme on le fait pourtant généralement, accorder aux conclusions de la géométrie euclidienne une

Hosted by Google

portée objective, puisque le point de départ en est purement subjectif, c'est-à-dire fondé sur nos sensations, sur notre expérience, qui ne nous permettent pas de voir au delà de la surface des choses; fait d'autant plus exact ici, que notre perception de l'espace s'appuie presque exclusivement sur les notions visuelles. De plus, le caractère purement expérimental de la géométrie étant nettement admis, il semble logique de le conserver tel, non seulement dans les définitions, mais encore pour toutes les notions quelconques dont elle peut faire usage; autrement ce serait errer à l'aventure au delà de son domaine propre, et tomber dans la confusion.

L'oubli de ces principes conduit en effet à généraliser les conséquences de cette géométrie, à les croire absolument et uniquement vraies, au delà des faits de sensation qui leur ont donné naissance. Il en résulte, nécessairement, une contradiction manifeste avec les nouvelles idées d'espace provenant de la géométrie générale, et cette contradiction ne peut disparaître que si on rend à chaque conception sa juste valeur, sans aller au delà, en oubliant le point de départ.

C'est ainsi qu'envisageant ordinairement le seul

Hosted by Google

espace sensible, nous sommes amenés à remplacer le concret par l'abstrait, le relatif par le réel, et cette habitude, établie par notre nature même, par une sorte d'hérédité, encouragée aussi par l'éducation, devient comme une routine inconsciente où notre jugement ne cherche plus à distinguer la véritable origine des idées.

Ces contradictions intimes, où s'égare l'entendement humain par la considération des faits de l'expérience, sont amenées souvent, et toujours puissamment aidées, par l'usage des mots employés à tort ou détournés de leurs sens. Dans son classement bien connu des erreurs de notre jugement, François Bacon donne l'importance principale à la troisième classe, *idola fori*, qui proviennent de l'emploi des mots. Il ne s'agit ici que de l'emploi du mot *infini,* qui ne saurait se justifier dans une science expérimentale, et dont l'idée d'ailleurs ne doit pas être attribuée à Euclide.

Cette idée de l'infini n'est pas le produit de notre expérience, mais au contraire celui de la raison ou de l'imagination ; elle peut sembler juste étant appliquée à l'espace, et si même celui-ci présentait, comme il est possible, une certaine courbure positive, le rendant en quelque sorte comparable à une

Hosted by Google

surface sphérique à 3 dimensions, ou à toute autre surface fermée, il ne continuerait pas moins à nous paraître infini, bien que simplement illimité ; il serait alors forcément contenu dans un espace d'ordre supérieur, l'étendue absolue conservant toujours son caractère d'infinité.

Que l'espace à 3 dimensions dont nous avons l'intuition nous paraisse réel ou simplement idéal, infini ou seulement illimité, lorsque nous l'envisageons au point de vue géométrique ordinaire, que nous voulons mesurer les corps qui y sont contenus et les distances qui les séparent, nous devons forcément rester en dedans des limites de l'infiniment petit et de l'infiniment grand, car notre expérience ne va pas au delà de ces deux bornes et ne saurait les dépasser. Si nous pouvons admettre l'idée de l'infini, il est au-dessus de notre raison de savoir ce qui est de lui : la géométrie même est impuissante à le prévoir et doit arrêter ses spéculations sous peine de tomber dans l'absurde ; les propriétés géométriques perdent leur sens et sont dénaturées lorsqu'on essaye de les transporter à l'infini. Nos sensations et notre expérience, par suite nos conceptions en géométrie euclidienne, ne peuvent se mouvoir qu'entre

Hosted by Google

l'atome et le tome de grandeur, entre α et ω et non pas entre o et l'infini.

Mais il ne suffit pas d'avoir ainsi tracé des limites, et banni l'infini du domaine expérimental, il faut encore observer avec soin ces principes dans la suite du raisonnement. Le cercle le plus grand possible, ou cercle tome, est, pour M. Bonnel, celui dont la circonférence atteint le tome de longueur, ou l'infiniment grand ; si l'on suppose, dit-il (p. 182), « que le rayon du cercle tome augmente d'aussi peu qu'on le voudra, la circonférence doit devenir plus grande que le tome absolu, et, par suite, infinie. On peut exprimer ce résultat en disant que la circonférence se confond alors avec sa tangente ».

Nous n'avons pas le droit, dans la géométrie expérimentale, de passer ainsi de l'infiniment grand à l'infini, car l'intervalle, nous le savons, est lui-même infini. L'idée de tome exclut l'idée d'infini dans le domaine sensible ; nous ne pouvons concevoir qu'une quantité, si grande soit-elle, augmente au point de devenir infinie : donc, si notre droite était la droite absolue, de rayon de courbure infini, la circonférence n'arriverait jamais, pour nous, à confondre réellement tous

Hosted by Google

ses points avec elle. Cette tangente, que nous traçons, n'est pas la droite absolue, mais une droite relative dont le rayon est le tome de grandeur; de sorte que la courbure de notre droite, de notre plan, de notre espace sensible même, ne peut pas être pour nous, c'est-à-dire pour notre sensation et notre expérience relative, $\frac{1}{\infty}$ ou zéro, mais seulement $\frac{1}{\omega} = \alpha$ indéfiniment petite, ou égale à l'atome de grandeur.

La ligne droite et le plan. — En géométrie euclidienne l'habitude s'est établie, bien à tort comme on l'a déjà dit, de ne pas distinguer les notions d'infiniment grand et d'infiniment petit, de celles, essentiellement différentes, de l'infini et du zéro ; cette confusion, pour regrettable qu'elle soit, peut cependant sembler excusable lorsqu'on se confine dans ce domaine ; elle consiste en effet à négliger tous les infiniment petits des divers ordres (ou les infiniment grands qui en sont les inverses) compris entre o et α, ω et ∞, et qui ne répondent en effet à aucune sensation ou expérience.

Cependant il n'en est pas de même lorsqu'on veut élever ses conceptions au delà, et les appliquer à la notion d'espace ; on peut certainement

Hosted by Google

considérer la ligne droite et le plan comme des conceptions idéales et limites d'une circonférence et d'une sphère dont les rayons seraient devenus réellement infinis ; ce sont alors la droite et le plan absolus, que nous ne pouvons pas connaître autrement que par abstraction. Mais la ligne et la surface que nous connaissons, et appelons droite et plan, ne sauraient être confondues, en tant que conceptions exactes, avec la droite et le plan de courbure rigoureusement nulle, que nous pouvons imaginer, qui sont les produits du raisonnement pur, non de la sensation. L'idée ainsi généralisée, comme on le fait inconsciemment et par un artifice du langage (idola fori), devient fausse, car elle sort des limites de l'expérience.

Les conceptions que nous avons le droit de former, en dehors de la réalité sensible, appartiennent à la géométrie abstraite, non à la géométrie euclidienne ; il importe de séparer nettement ces deux domaines, pour éviter tout risque d'erreur. Il n'est pas admissible non plus de croire que nous pouvons accepter, comme réelle, une courbure nulle pour notre droite et notre plan, car nous n'avons aucune idée précise de cette courbure ; si le zéro, en effet, nous semble plus près de

Hosted by Google

nous que l'infini, comme, en tant que grandeur, il est l'inverse de celui-ci, il ne peut non plus que lui être atteint, c'est la limite où toute quantité s'évanouit absolument et cesse d'exister.

On admettra difficilement peut-être que notre connaissance soit ainsi forcément bornée, même pour les choses qui nous paraissent les plus simples, comme la ligne droite et le plan ; examinons donc d'où nous viennent ces idées.

Le concept de la ligne droite répond à un grand nombre de phénomènes, dit M. de Freycinet[1] : « Qui n'a tendu un fil entre ses mains ou n'a vu les travailleurs se servir du fil à plomb ? Qui n'a admiré les arêtes de certains cristaux, soit naturels, soit artificiels ? » Ce sont là, à la vérité, des concepts très limités. Avons-nous le droit de les généraliser, non seulement dans l'infiniment grand, mais même au delà ? Quant à la rectitude du rayon lumineux, ce n'est qu'une hypothèse, qui présuppose en outre l'homogénéité du milieu.

Pour le plan, ce n'est que très relativement et sur une faible étendue, qu'il est possible de l'assimiler à la surface des eaux tranquilles, nécessai-

1. *De l'expérience en géométrie*, p. 25.

Hosted by Google

rement sphérique. Lorsque nous voulons étendre nos perceptions, nous ne voyons, nous ne saisissons pas les sens, et la nature ne nous présente en tout cas, que des lignes ou des surfaces plus ou moins courbes. On veut essayer cependant de généraliser ce concept de la ligne droite, très limité et relatif, en lui donnant les attributs de nécessaire et de logique ; c'est aller beaucoup trop loin : si nous avons le droit de généraliser, il faut, encore une fois, rester dans les limites que nous impose notre nature. L'homme, être fini, ne doit pas, comme le dit Gauss, « s'aventurer à vouloir traiter quelque chose d'infini comme un objet donné et susceptible d'être embrassé par ses forces de compréhension habituelles ».

Sur la surface de la terre, nous traçons des lignes droites, nous voyons des plans qui, sur leur très faible étendue, peuvent différer assez peu de la droite et du plan absolus ; mais ces notions ainsi acquises, nous prétendons les reporter au delà des distances les plus éloignées, jusque dans l'infini même, et cela nous n'avons pas le droit de le faire.

Ayant donc identifié, d'une manière tout à fait arbitraire, une certaine ligne de notre espace, plus courte que toutes les autres, avec la droite

Hosted by Google

absolue, nous en tirons les conséquences au moyen des démonstrations de la géométrie, conséquences justes pour la droite absolue, mais que nous attribuons aussi, par confusion, à notre droite, dont la notion prend son origine dans la sensation et l'expérience, et qui doit forcément conserver ce caractère aussi loin qu'on la prolonge. Nous agissons de même pour le plan, et concluons par analogie pour notre espace, auquel nous attribuons arbitrairement une courbure nulle, ou un rayon de courbure infini, de sorte que ce n'est plus l'espace sensible, mais un espace abstrait que nous envisageons ainsi.

Cela contrarie évidemment toutes les idées établies en nous par l'hérédité, l'habitude et l'éducation, qu'il puisse exister une droite absolue plus droite et plus courte que notre droite, et un plan absolu vis-à-vis duquel notre plan paraîtrait courbe; nous nous retrouvons ainsi cependant d'accord, et par une voie purement euclidienne, avec les déductions de la géométrie de Lobatchewski, et ce n'est pas seulement une droite, mais une infinité de droites plus courtes que la nôtre qu'il est ainsi possible d'entrevoir.

Si les conséquences sont importantes en ce

Hosted by Google

qui concerne la notion d'espace, il faut ajouter cependant que la différence entre ces droites ne pourrait se manifester, sans doute, que pour des distances excessivement grandes, et que dans la pratique, en dehors de ces distances, notre droite se confond sensiblement avec la droite absolue.

Définitions. — Si nous examinons maintenant les définitions de la géométrie euclidienne, nous comprenons qu'elles ne peuvent être arbitraires, car les objets définis doivent être réalisables ou tout ou moins concevables : elles dépendent donc de notre expérience, ne sont pas absolues mais seulement relatives. Celles que donne Euclide, de la droite et du plan, répondent bien à ces conditions et n'ont rien de commun avec l'idée d'une courbure nulle, inexacte comme comportant une limite qui dépasse les bornes de notre expérience.

« La ligne droite est celle qui est située semblablement par rapport à tous ses points. » « La surface plane est celle qui est située semblablement par rapport aux lignes droites qu'elle contient. » Ces définitions ne nécessitent en rien la conception d'une courbure nulle, elles sont générales et s'appliquent également bien à une sphère et à ses grands cercles ; Euclide avait certainement com-

Hosted by Google

pris ainsi qu'il n'était pas possible de définir le plan sans définir en même temps la surface sphérique.

Cette généralité des définitions est restreinte par les demandes et les axiomes dont Euclide les fait suivre. Pour se conformer à la demande de pouvoir prolonger indéfiniment suivant sa direction une droite finie, il faut penser que, sur la surface dite plane, les droites peuvent être prolongées d'une longueur égale à l'infiniment grand ω. Cette surface est donc semblable à celle d'une sphère dont la demi-grande circonférence serait égale à l'infiniment grand ω ; elle est ainsi absolument analogue à la surface plane, telle que nous pouvons nous la représenter par la seule observation, ou plutôt c'est notre plan lui-même, tel que l'expérience aidée du raisonnement nous permet de le concevoir.

La ligne que nous appelons droite n'est donc, pour nous, que comme un arc de circonférence indéfiniment étendue, et la surface que nous appelons plane, que comme la surface de la sphère indéfiniment grande engendrée par cette ligne.

Peu importe, dira-t-on peut-être, puisqu'elle est tellement étendue qu'elle se confond avec le plan absolu qui lui serait tangent.

Hosted by Google

Elle n'en diffère aucunement, il est vrai, dans dans la pratique habituelle, et c'est pourquoi on peut la confondre avec lui lorsqu'on ne sort pas des conceptions de la géométrie euclidienne ; ces surfaces restent identiques dans les limites de notre expérience, c'est-à-dire à un infiniment petit près. Mais on néglige alors, de parti pris, toutes les surfaces de courbures moindres de la sphère considérée, courbures qui sont des infiniment petits des divers ordres, et c'est précisément cette confusion et cette assimilation que nous faisons malgré nous, à tort et par la force de l'habitude, entre notre droite et notre plan d'une part, la droite et le plan absolus d'autre part, qui semble la cause initiale de tous les malentendus au sujet de la géométrie générale et de ses conséquences.

Les axiomes d'Euclide se trouvent vérifiés sur la sphère infiniment grande dans les limites, bien entendu, de notre expérience : on peut mener par un point une géodésique ne rencontrant une géodésique donnée qu'à une distance infiniment grande, et ces lignes seront alors pour nous ce que nous appelons des parallèles, puisque notre expérience ne peut dépasser la notion de l'infiniment grand.

Ainsi l'espace, tel qu'il nous est donné par

Hosted by Google

l'expérience, contient le plan comme surface de moindre courbure, et sa courbure, comme celle du plan, ne nous est donnée que comme infiniment petite, non comme nulle. Nous sommes amenés en conséquence, *nous basant uniquement sur la relativité de notre sensation,* à attribuer à notre espace sensible une courbure infiniment petite, qui ne peut exister que suivant une quatrième dimension. Quand à la valeur de cet infiniment petit nous l'ignorons absolument, de même que nous ignorons la dimension des atomes qui s'imposent cependant comme conception dans les sciences physiques. Les déductions de la géométrie d'Euclide restent exactes pour nous, mais à un infiniment petit près, que notre expérience et nos observations limitées ne nous permettent pas de dépasser.

Enfin, l'espace euclidien, produit de notre sensation qui exclut l'infini, ne peut être pour nous infini, mais seulement illimité, analogue, en quelque sorte, à la surface à 3 dimensions d'un sphéroïde du 4[e] espace. « La propriété de l'espace d'être illimité » dit Riemann « possède une plus grande certitude empirique qu'aucune autre donnée externe de l'expérience; mais l'infinité de

l'espace n'en est en aucune manière la conséquence ». L'étendue, si nous nommons ainsi le contenant de l'espace sensible, peut garder toutefois le caractère d'infinité.

Une objection se présente qu'il faut examiner : si la surface que nous imaginons comme absolument plane, n'est en réalité pour nous, que la surface d'une sphère, même de rayon très étendu, comment expliquer le retournement, que nous savons possible, d'une figure plane rectiligne ? Or nous savons que sur une sphère de rayon quelconque les grands cercles, qui jouent le rôle de lignes droites, sont retournables sur la surface comme les droites sur un plan, et l'analyse montre que par analogie, on peut concevoir des espaces sphériques à trois dimensions, qui sont aux sphères comme celles-ci à leurs grands cercles; dans chacun de ces espaces, la plus grande sphère est retournable comme le plan dans notre espace. L'analogie est donc complète entre le plan et la ligne droite d'une part, la sphère et ses grands cercles d'autre part, pour des êtres enfermés dans les espaces considérés correspondants, ou ayant seulement l'intuition de l'un de ces espaces.

Hosted by Google

CHAPITRE IV

L'ESPACE ET LA GÉOMÉTRIE GÉNÉRALE

Si l'on veut étudier l'espace absolu tel qu'il peut être, non pas seulement tel qu'il paraît être, il faut, tout en laissant aux définitions de la géométrie leur valeur totale, faire disparaître ceux des axiomes qui ne sont pas entièrement indispensables au concept de l'espace, pour en déduire les conséquences possibles. On arrive ainsi à une géométrie générale purement déductive et abstraite, ayant par elle-même une valeur propre, et ne s'appuyant pas sur la géométrie euclidienne, qui n'en est qu'un cas particulier et limite ; elle se divise elle-même en deux branches, connues sous les noms de géométrie de Riemann et géométrie de Lobatchewski.

Pour qu'un espace jouisse de propriétés géométriques, il doit rester identique à lui-même, c'est-à-dire tel qu'une figure puisse s'y mouvoir

Hosted by Google

librement dans tous les sens en restant toujours identique, sans déformation apparente ; on conserve ainsi cet axiome, toujours admis implicitement pour notre espace à trois dimensions, tellement il nous semble évident, que l'existence des corps est indépendante de leurs positions. Il en est ainsi pour les espaces à courbure constante qui font l'objet de la géométrie générale ; on se contentera d'en exposer d'une manière très sommaire et très élémentaire l'origine et les résultats principaux.

Comme le postulatum de la parallèle unique est absolument indémontrable, on a pu envisager les conséquences de sa non exactitude possible, en supposant que d'un point pris en dehors d'une droite : 1° on ne peut mener aucune droite ne rencontrant pas la première (aucune parallèle), c'est la géométrie de Riemann, ou des surfaces à courbures positives, analogue à la géométrie sphérique ; 2° on peut mener plusieurs droites ne rencontrant pas la première (plusieurs parallèles), c'est la géométrie de Lobatchewski, ou des surfaces dites à courbures négatives, car la courbure de ces nouvelles surfaces étant moindre que celle du plan euclidien, supposée égale à zéro, doit être regardée ainsi comme négative.

Hosted by Google

Malgré les déductions rigoureusement logiques, et sans contradictions possibles, de ces géométries non euclidiennes, quelques résistances se sont produites pour essayer de retenir la géométrie dans cette incursion au delà du domaine de l'expérience sensible et intuitive. La science qui doit le plus à la raison pure ne pouvait se laisser arrêter par ces objections vaines, n'avait-elle pas dû s'élever depuis longtemps au-dessus du réel sensible, par les considérations si fécondes des grandeurs indéfiniment décroissantes et des imaginaires.

On reproche à la géométrie générale, et principalement à cette partie qui concerne les surfaces et les lignes à courbures dites négatives, de ne pouvoir fournir de représentations, même approchées des figures analogues à celles de la géométrie euclidienne ; on dit aussi que les définitions ne sont pas conformes aux conceptions distinctes de l'esprit. On peut répondre que la géométrie établit ses raisonnements sur les idées, non sur les figures, forcément inexactes, qui n'en sont que les représentations; nous associons ces images aux idées selon les conditions de notre sensibilité, et pour un espace que nous ne connaissons qu'indirectement, par les sensations visuelle ou tactile ;

Hosted by Google

il nous est bien impossible de prévoir comment il pourrait apparaître à des êtres qui n'auraient pas les mêmes sens que nous, ou dont la concience ne coordonnerait pas les sensations de la même manière ; d'ailleurs les représentations que nous nous faisons de la ligne droite et du plan ne sont même pas conformes à nos facultés de sensation et d'expérience, comme on l'a montré au chapitre précédent.

L'analyse et le raisonnement permettent de concevoir des espaces à 3 dimensions et davantage, possédant des propriétés semblables à celles des surfaces considérées. Bien que la conception d'un espace à courbure positive nécessite aussi la conception d'une dimension supplémentaire à celles qui lui sont propres, un espace, quelle que soit sa courbure, paraîtra et sera toujours orthogonal et à 3 dimensions, pour celui qui, y étant contenu, ne possède la perception que des trois dimensions sensibles ; toute ligne est en effet à courbure nulle sur la surface dont elle est géodésique et il en est de même pour toute surface de moindre courbure dans un espace quelconque, c'est-à-dire que la surface et la ligne de moindre courbure dans un espace à courbure constante seront toujours, dans cet espace, comme l'image du plan et de la droite

Hosted by Google

absolue ; c'est ainsi qu'on peut avec raison appeler droites et plans, les géodésiques et les surfaces de moindre courbure d'un espace quelconque, qui sont bien réellement telles dans cet espace.

On voit donc que le sentiment que nous croyons avoir de la droite, du plan et de l'espace, ne prouve en rien la réalité de ces conceptions et que la raison peut concevoir sans peine la possibilité de droites, comme celles de Lobatchewski, plus courtes que notre droite sensible.

Il importe de distinguer nettement ce qui est du domaine de l'expérience, de ce qui appartient seulement à la raison ; c'est la confusion de ces deux points de vue qui semble la cause principale des contradictions apparentes entre les différentes branches de la géométrie, et de la difficulté que les hommes éprouvent souvent à se comprendre.

L'espace euclidien ne conserve plus qu'une place particulière au milieu de tous ceux que nous pouvons imaginer; la géométrie d'Euclide n'est plus qu'une partie seulement de la géométrie générale, la seule, il est vrai, qui importe au point de vue pratique, puisque l'espace, produit de notre expérience, est le seul que nous puissions représenter d'une manière distincte ; les autres géométries

Hosted by Google

n'en prennent pas moins, comme il semble, la part prépondérante au point de vue philosophique.

Géométrie de Riemann. — D'un point pris en dehors d'une droite on ne peut mener aucune parallèle à celle-ci : c'est-à-dire que toutes les droites d'une même surface se rencontrent, comme cela a lieu pour les grands cercles géodésiques de la surface sphérique; en conséquence l'axiome 12 d'Euclide : « deux droites ne peuvent comprendre un espace », doit être rejeté. Les plans de Riemann sont d'ailleurs analogues, ou même identiques, d'après quelques géomètres, aux sphères d'Euclide, les figures formées d'arcs de grands cercles sur la sphère sont absolument analogues aux figures rectilignes du plan riemannien, et la géométrie des surfaces à courbure positive est toute semblable à la géométrie sphérique; la somme des angles d'un triangle est ainsi supérieure à deux angles droits. Les espaces riemanniens à 3 dimensions sont des espaces sphériques, par conséquent limités, susceptibles d'être contenus dans un espace euclidien à 4 dimensions.

Géométrie de Lobatchewski. — D'un point pris en dehors d'une droite on peut mener plusieurs

Hosted by Google

parallèles à celle-ci : On partira de cette proposition facile à démontrer, que : par un point donné on peut toujours mener une ligne droite qui fasse avec une droite donnée un angle aussi petit qu'on le veut. A la limite, la distance au point d'intersection est infiniment grande, l'angle infiniment petit, c'est ce que nous avons appelé la parallèle de notre espace sensible, car ces droites ne se rencontrent qu'à la limite de toute distance concevable. Toutes les autres droites, situées au delà et que l'expérience ne peut atteindre, rencontrent-elles la première ?

Le champ de l'hypothèse reste ouvert, et c'est ce qui justifie les conceptions des géométries non euclidiennes et les différentes notions d'espace qui en sont les conséquences. En géométrie euclidienne, on admet, par suite de la confusion déjà signalée entre l'infiniment grand et l'infini, qu'une seule de ces droites, celle qui correspondrait à un point d'intersection situé à l'infini, ne rencontrerait pas la première. Mais il peut toutefois en être autrement, et dans la géométrie de Lobatchewski, on suppose au contraire que la droite de l'infiniment grand, à laquelle on conserve le nom de parallèle, forme la limite entre les

Hosted by Google

droites qui coupent la première et celles qui ne la coupent pas, de sorte que ces dernières forment alors un faisceau double continu infiniment petit, compris entre chaque droite limite (parallèle) et son prolongement, à droite et à gauche du point.

Afin de rendre cette conception pratique, et de pouvoir en utiliser les conséquences, on représente par une distance finie, la distance infiniment grande au delà de laquelle la droite menée du point cesse de rencontrer la première; le faisceau de droites, ne coupant pas la droite donnée, forme alors un angle fini, dépendant de la distance du point à cette droite, et on se trouve réellement en présence de surfaces dont la courbure peut être dite négative d'une manière absolue. Les distances euclidiennes deviennent ainsi excessivement petites relativement aux nouvelles distances de cette géométrie. Les considérations qui précèdent se justifient par l'opinion de Gauss : « en géométrie euclidienne, rien n'est grand d'une manière absolue, mais il n'en est pas de même en géométrie non-euclidienne. »

Les géodésiques des plans de Lobatchewski sont de courbure moindre que notre droite, et par suite ne peuvent être représentées sur notre plan ou dans

notre espace, mais la droite et le plan euclidiens sont contenus dans les espaces à courbure négative, ils y sont, ainsi qu'ils doivent nous paraître, conformément à nos facultés de sensation et d'expérience, circonférence et sphère de rayon infiniment grand, ou de courbure infiniment petite; on leur donne les noms d'horicycle et d'horisphère; c'est bien ainsi que Lobatchewski envisage la droite euclidienne qui est pour lui la courbe limite, telle que toutes les perpendiculaires élevées sur les milieux de ses cordes soient parallèles entre elles, ou la limite d'une circonférence dont le rayon devient infiniment grand; de même qu'il appelle parallèles à une droite, celles formant la limite commune aux droites qui rencontrent et à celles qui ne rencontrent pas la première. La somme des angles d'un triangle sur ces surfaces est inférieure à deux droits et d'autant plus petite que la surface du triangle est plus grande.

Géométrie à 4 dimensions. — L'étude de l'espace à 4 dimensions se justifie et s'impose lorsqu'on veut avoir une idée plus juste et plus complète des espaces à 3 dimensions; il faut remarquer en effet que les propriétés d'une même ligne, ou

d'une même surface, sont différentes suivant qu'on les envisage dans l'espace qui leur est propre, ou dans un espace supérieur.

La circonférence d'un cercle, par exemple, espace à une dimension, n'a, par elle-même, que des propriétés très limitées de rapports de grandeur, lorsqu'on ne tient pas compte de la surface sur laquelle elle repose, et ne serait pas même comparable à une autre circonférence de rayon différent ; considérée dans un plan au contraire, elle a un centre, une courbure appréciable et, par la mesure des grandeurs d'arc, est comparable à toute autre circonférence. Cette même figure sur la sphère aura deux centres sur la surface, deux rayons qui sont des lignes géodésiques, elle est retournable, lorsque les deux rayons sont égaux.

D'une manière générale, un ligne, une surface ou l'espace à 3 dimensions, considérés isolément, ne représentent rien de net pour l'esprit en dehors de l'espace d'ordre supérieur qui les contient ; c'est donc au point de vue de celui-ci qu'il convient de se représenter un espace donné, pour en obtenir une connaissance plus complète, et plus juste, que celle obtenue en le considérant seulement en lui-même, lorsqu'on y reste confiné, et qu'on ne peut

Hosted by Google

ainsi le distinguer des autres espaces de même ordre contenus dans l'espace supérieur ; un espace à 4 dimensions contient en effet une infinité d'espaces à 3 dimensions, de même que notre espace contient une infinité de surfaces ou de lignes.

Les recherches de la géométrie à 4 dimensions ont déjà fourni des résultats importants ; on se contentera ici de quelques notions très simples, et de la genèse des figures régulières indiquée dans l'appendice I.

Cette géométrie doit son origine à diverses considérations, dont les suivantes sont les principales :

Une ligne, ou espace à une dimension, est engendrée par le mouvement d'un point. Une surface, ou espace à deux dimensions, est engendrée de même par le mouvement d'une ligne ; cette surface donne naissance aussi par son mouvement à un volume à trois dimensions. Ce mode de génération peut être continué par la pensée, qui construira ainsi les figures d'ordre supérieur, comme nous le verrons pour les formes régulières d'un espace quelconque. C'est le raisonnement d'analogie par lequel en partant de la ligne de longueur a, donnant le carré a^2 et le cube a^3, on recherche ce que peuvent être et représenter a^4, a^5... a^n.

Le nombre de dimensions d'un espace indique le nombre des coordonnées nécessaires pour représenter un point dans cet espace. Sur une ligne, il suffit d'un seul nombre, représentant la distance au point fixe de la ligne pris comme origine ; sur une surface, les distances du point à chacune des deux lignes choisies comme axes, etc. Un point est donc figuré par 1, 2, ou 3 coordonnées, dans une ligne, une surface, ou un espace à trois dimensions, de même en représentant un point par l'ensemble de quatre nombres, on aura la notion du 4[e] espace, et ces nombres variant, le point décrira une figure dans cet espace. En augmentant encore le nombre des coordonnées on a su créer une sorte de calcul géométrique à n dimensions. Dans le même ordre d'idées, la géométrie analytique représentant les lignes sur un plan et les surfaces dans l'espace à trois dimensions, par des équations à deux et trois variables on a été amené à interpréter les équations à 4 ou n variables, comme représentant les formes afférentes aux espaces à 4 ou n dimensions.

La section d'un corps à n dimensions par le 3[e] espace, ne peut être évidemment qu'une figure de ce dernier espace, de même que la section par un

Hosted by Google

plan serait toujours une figure plane. L'apparence de ce corps dans notre espace, ne peut donc être que celle d'un corps à 3 dimensions, comme sur une surface ce serait celle d'une figure de cette surface. Un cube par exemple, qui repose sur un plan, ne s'y manifeste que par l'apparence d'un carré ; s'il traverse normalement, on ne verra toujours qu'un carré qui finira par disparaître ; si le cube arrive dans le plan par un de ses sommets, on aura dans le plan, d'abord un point, puis un triangle ; ainsi le solide déterminant une surface plane, chaque face détermine une ligne et chaque ligne un point.

De même en passant du 4e au 3e espace, chaque forme (4) détermine le volume apparent (3), chaque volume (3), enveloppe de la forme (4), détermine une surface, chaque surface une ligne, et chaque ligne un point. Il en résulte qu'une forme du n^e espace doit être limitée par des formes de l'espace $n - 1$.

Les corps à 4 dimensions ont ainsi pour enveloppe des corps à 3 dimensions, de même que ceux-ci sont limités par des surfaces (2e espace), et les surfaces par des lignes (1er espace).

La section d'une sphère du 4e espace, de rayon

R, par notre espace est évidemment une sphère dont le rayon apparent peut varier de 0 à R. Si elle pénètre dans notre espace et le traverse d'un mouvement uniforme, elle se manifeste d'abord par son point de tangence, puis par une sphère dont le rayon très petit augmente peu à peu, assez rapidement d'abord, plus lentement ensuite, jusqu'à prendre la valeur R, le mouvement continuant, la sphère semblera diminuer de diamètre, se réduire à un point et finir par disparaître ; l'apparence sera celle d'un corps arrivant de l'infini, se rapprochant, s'éloignant ensuite pour disparaître de nouveau. Une ligne du 4e espace qui traverserait notre espace n'aurait qu'un seul point commun avec lui, comme une droite non contenue dans un plan et qui le rencontre n'a qu'un seul point sur ce plan ; de sorte que, relativement au 4e espace, notre espace est comparable à une surface infiniment mince et il en est de même d'ailleurs pour un espace d'ordre n vis-à-vis de celui d'ordre $n+1$. Ce fait justifierait, s'il en était besoin, la conception théorique de l'être superficiel, imaginée par Helmholtz, dont on a fait usage au chapitre VII, un monde surface.

Au moyen de la géométrie à n dimensions, il

Hosted by Google

est possible de se rendre compte des apparences des formes des espaces supérieurs, de connaître les formes régulières qui existent ou non, dans un espace donné, le nombre de leurs sommets, arêtes, surfaces, volumes, etc., la valeur de ces arêtes, surfaces, etc., et aussi de les représenter par leurs diverses projections dans notre espace.

Il est cependant assez difficile de se figurer nettement les formes du 4e espace ; on a quelquefois essayé de le faire en introduisant un élément distinct applicable à la 4e dimension, la densité ou la coloration, mais ces essais n'ont guère servi à améliorer la représentation de ces figures.

Les seules méthodes acceptables sont celles des intersections et des projections. Au moyen des intersections par notre espace, on représente les différentes apparences des corps, et la suite de ces apparences, rapprochées par la pensée, permet de reconstituer approximativement l'ensemble.

Ce procédé est analogue à celui qui a été employé souvent avec succès en physiologie, pour connaître la marche d'un processus organique et son état à un moment donné. On prend, par exemple, des œufs à diverses périodes d'incubation, on les fait durcir par certains procédés spé-

Hosted by Google

ciaux, les coupant ensuite en tranches minces, l'examen et la comparaison de ces tranches permet d'étudier le phénomène. On peut dire ainsi que si les œufs sont à des périodes d'incubation de plus en plus éloignées, c'est le temps, qui dans les variations de leur état, représente la quatrième dimension, devenue sensible et en quelque sorte apparente par l'examen comparé.

L'autre méthode, la plus pratique pour la représentation visuelle, est analogue à la projection bien connue, d'une figure du 3ᵉ espace, d'un cube par exemple, sur un plan. Les figures du 4ᵉ espace devront donc être projetées dans le 3ᵉ espace, c'est-à-dire que la projection sera représentée par une figure de cet espace. Il est possible de se rendre compte ainsi, approximativement, des figures régulières à quatre dimensions, comme on peut avoir idée de la forme d'un cube ou d'un tétraèdre dont on voit les projections sur un plan.

De tels modèles de projection des six formes régulières du 4ᵉ espace ont été construits par M. Victor Schlegel, et exposés pour la première fois à la réunion des physiciens et médecins allemands à Magdebourg en 1884.

En projetant une figure régulière d'espace su-

Hosted by Google

périeur sur un plan, on obtient une apparence encore moins sensible de sa forme, telle qu'elle peut être, car la projection pour avoir quelque ressemblance, doit être faite d'un espace donné sur l'espace immédiatement inférieur ; si on peut essayer de figurer en projection, même sur un plan, les formes du 4e espace, il faut cependant renoncer à la représentation de toutes les formes d'ordre supérieur à celui-ci.

Les projections sur le plan, données à l'appendice I, des trois premières formes régulières du 4e espace permettent de construire facilement leurs projections dans la 3e espace. Les trois dernières formes régulières sont trop compliquées pour pouvoir être présentées avec avantage en projection sur un plan; le nombre de leurs arêtes est en effet de 96, 1 200 et 720.

L'espace a-t-il une courbure? — L'espace que nous croyons connaître et que nous imaginons, nous paraît rigoureusement homaloïdal ou sans courbure, aussi l'idée de courbure possible de l'espace peut sembler au premier abord contraire au sens commun et même absurde ; il n'en est rien cependant car si cette courbure existait, nous ne pourrions même pas nous en apercevoir, puis-

que la géodésique d'un espace y représente toujours l'image de la ligne droite. Le raisonnement, basé sur la limitation à l'infiniment grand de nos sensations et de notre expérience, nous a conduits il est vrai, à donner une courbure positive infiniment petite à notre espace, mais nous continuons toutefois à confondre le plan et la droite provenant de notre expérience avec ces mêmes conceptions purement théoriques ; il ne saurait en être autrement, on ne pourrait pas davantage s'apercevoir d'une courbure de l'espace réel, qu'on ne se rend compte directement des divers mouvements exécutés par le globe terrestre.

D'ailleurs, pour cette partie de l'univers que nous pouvons entrevoir et qui n'est qu'un infiniment petit relativement à l'ensemble, la géométrie non euclidienne est aussi vraie que la géométrie euclidienne ; cette dernière est plus simple, mais comme elle ne présente aucun caractère de nécessité *a priori,* on ne saurait affirmer que l'espace est réellement tel que nous avons l'habitude de nous le figurer.

Dans un espace de courbure constante, toutes les surfaces et toutes les lignes de courbures, équivalente à celle de l'espace (géodésique) ou plus

grandes, peuvent trouver place, mais non celles de courbures moindres ; la mesure de la courbure de l'espace reviendrait donc à celle de la géodésique, qu'on ne peut déterminer directement. On a pu croire qu'on arriverait peut-être à trouver cette courbure possible de l'espace, par la mesure de la somme des angles d'un triangle astronomique excessivement grand, car cette courbure, négligeable entre deux points assez rapprochés, pourrait être appréciable aux distances plus grandes. Les mesures faites dans l'étendue du système solaire paraissent conformes à la géométrie euclidienne : mais il semble *a priori* bien difficile de découvrir cette courbure si elle existe, car il faut tenir compte d'abord de l'imperfection relative de nos instruments de mesure, et remarquer aussi que ce qui définit la ligne droite en astronomie n'est autre que la trajectoire du rayon lumineux, nouveau postulatum impossible à vérifier et qu'une anomalie constatée pourrait amener à modifier.

La vérification même, que la somme des angles du triangle reste égale à deux droits, dans la limite de nos observations les plus éloignées, ne saurait être invoquée en tous cas, pour démontrer que la courbure de notre espace est rigoureusement nulle.

Hosted by Google

Il serait bien extraordinaire, et même incompréhensible, que la géométrie euclidienne, basée sur notre expérience, et dont les déductions forment une suite rigoureusement logique, puisse se trouver en désaccord, de quelque manière que ce soit, avec cette même expérience ; de plus, comme le fait remarquer Riemann, toute détermination de l'expérience reste toujours inexacte, quelque grande que puisse être la probabilité de son exactitude approchée, et cette circonstance devient importante lorsqu'il s'agit d'étendre ces déterminations.

Si d'autre part, ces mesures venaient à démontrer que la somme des angles du triangle excessivement grand est différente de deux droits, devrait-on en conclure que notre espace possède la courbure constante, correspondante à cette mesure ? il serait aussi logique de penser que la courbure de notre espace peut ne pas être constante, et différer en deux points très éloignés, ce qui n'aurait rien absolument d'incompréhensible, la constance de la courbure n'étant pas une vérité obligatoire, mais un fait d'expérience limitée qui ne saurait être généralisé.

Hosted by Google

CHAPITRE V

L'IDÉE DE TEMPS

Le temps considéré dans un sens absolu, en dehors des phénomènes, ne représente rien à l'esprit : « Qu'est-ce que le temps ? » dit saint Augustin. « Si personne ne m'interroge, je le sais, si je veux répondre à cette demande, je l'ignore. Et pourtant j'affirme hardiment que, si rien ne se passait, il n'y aurait pas de temps passé ; que si rien n'advenait, il n'y aurait pas de temps à venir, et que si rien n'était, il n'y aurait pas de temps présent. » Selon l'idée de Descartes : « juger qu'une chose commence ou qu'elle change, c'est une intellection ou pensée que les sens n'expliquent pas, c'est une intellection pure. »

Le temps est donc une entité abstraite qui ne nous est révélée par aucun sens, mais par la raison seule, aussi l'a-t-on appelé justement un phénomène de conscience ; il est constamment changeant, s'écoule sans cesse, semble comme l'image

Hosted by Google

de la mobilité même. Il échappe ainsi en quelque sorte à notre contrôle ; nous ne pouvons le mesurer directement, et lorsqu'on essaye de le faire, ce n'est pas lui qu'on mesure, mais les impressions successives laissées par les réalités qui passent et dont le souvenir se conserve ; on lui substitue la durée du phénomène qui s'accomplit et se répète dans les mêmes conditions, le battement du pendule par exemple, mais on admet, se basant sur l'expérience, que ce phénomène se répète identique dans le même temps, c'est-à-dire qu'il est uniforme et qu'il en est de même pour l'écoulement du temps. C'est sans doute en partant de cette considération, qu'Aristote désignait le temps, comme « le nombre du mouvement sous le rapport de l'avant et de l'après ».

Le temps, comme l'espace, est l'image de la continuité ; l'un et l'autre ne peuvent nous paraître autrement que continus et toujours semblables à eux-mêmes, sans qu'on puisse concevoir un point qui serait, soit hors de l'espace, soit hors du cours du temps.

Lorsqu'on veut se faire du temps une représentation concrète, on l'imagine comme une ligne infinie ; d'un côté le passé, de l'autre l'avenir, et

Hosted by Google

entre les deux, ce point toujours mobile, impossible à saisir qui est l'instant présent. Cette idée répond seulement à la nécessité de figurer l'intuition du temps par une image concrète ; elle n'en est pas moins naturelle et juste ; nous ne faisons pas autrement lorsque nous nous représentons un espace à trois dimensions par les propriétés d'étendue qui nous semblent être celles des corps qu'il contient.

Nous matérialisons ainsi, en quelque sorte, l'espace, pour le comprendre et en étudier les propriétés, au moyen des raisonnements sur les figures de la géométrie. Ces figures ne sont pas plus la représentation absolue de l'espace que notre ligne n'est celle du temps, mais leur emploi et leur utilité n'ont jamais été contestés, même par ceux qui ne veulent accorder à l'espace et au temps aucune réalité propre.

Le temps est donc pour nous comme un espace à une dimension : nous nous trouvons emportés dans son mouvement en avant, comme serait entraîné, sur une ligne droite, un être imaginaire astreint à la parcourir sans repos, dans le même sens, obligé de quitter l'instant présent dès qu'il l'atteint, ne sachant rien de l'avenir où il est em-

Hosted by Google

porté, ne connaissant du passé que ce qu'il a vu ou ce qu'on lui a appris.

Nous reportons sur la ligne du temps les durées successives de nos impressions sensibles conservées par le souvenir, arrivant par là à la conception d'un temps homogène, et créant ainsi une quatrième dimension de l'espace. Notre monde semble entraîné sans arrêt sur cette quatrième dimension : l'intersection de notre Univers avec ce nouvel espace, donne chacun des états successifs de l'ensemble, simultanés pour les diverses parties.

L'instant présent, nous échappant constamment aussitôt que né, ne peut être saisi que d'une manière relative, aussi pour décompter la durée, qui n'est rien en soi, mais seulement un rapport de situations, devons-nous choisir arbitrairement une date du temps, prise comme zéro ou présent relatif : telles les dates comptées avant ou après la naissance du Christ : l'ordre du temps n'est pas changé, mais seulement son contenu.

Le temps, comme l'espace nous semble infini ; les partisans de la limitation du temps, c'est-à-dire de la thèse de la première antinomie de Kant, commencement du monde dans l'espace et dans le temps, raisonnent ainsi : si le monde est sans

commencement dans le temps, l'événement actuel n'est possible qu'en supposant derrière lui, dans la durée, une série infinie de phénomènes, mais ce qui est infini n'aboutit pas, et dès lors l'événement actuel ne peut venir; or il est venu, il faut donc que la série des phénomènes ait commencé.

Pour obtenir une représentation du temps, on est bien forcé de se le figurer sous l'aspect d'une ligne droite idéale, infinie réellement dans les deux sens, passé et avenir, et cependant le point présent est devant nous, immobile même en apparence, puisqu'il nous entraîne avec lui dans sa marche en avant. Comment cet infini du temps a-t-il abouti à ce présent? nous ne pouvons le savoir, mais nous le voyons, et voyons de même, comme sur cette ligne idéale, l'infini et non pas seulement l'indéfini s'étendre vers l'avenir.

Une ligne est infinie, ce qui n'empêche pas d'en considérer seulement une portion finie; si notre esprit semble voir une contradiction dans un tel aboutissement d'une série infinie, cela peut simplement tenir à ce qu'il n'est pas en état de s'élever à une vérité supérieure, lui permettant de relier par le raisonnement le présent au passé et à l'avenir infinis.

Hosted by Google

On peut admettre l'infinité du temps et de l'espace comme nécessaires ; il en est tout autrement en ce qui concerne l'état de l'univers matériel, par rapport à l'espace et au temps ; sa limitation semble même plutôt probable, bien que la raison ne puisse rien affirmer de certain à ce sujet.

Le temps, 4e dimension virtuelle de l'espace. — L'idée de temps complète et féconde l'idée d'espace ; distinctes dans les expressions de langage, ces deux idées abstraites sont cependant intimement et invariablement liées l'une à l'autre dans la pensée. Nous ne pouvons en effet concevoir un phénomène quelconque de la nature se réalisant seulement dans l'espace, ou seulement dans le temps, nous lui donnerons toujours les deux formes à la fois. En considérant l'espace seulement, hors la notion de durée, les différentes phases deviennent simultanées ; superposées les unes aux autres, elles ne donnent qu'une apparence incompréhensible et confuse, comme seraient les diverses images d'un cinématographe projetées ensemble au même moment ; ou bien isolées, elles restent sans lien entre elles. Il peut en être ainsi pour la pensée, lorsque la durée échappe à la sensation par suite de son extrême petitesse ou de son extrême grandeur.

Hosted by Google

Tout phénomène se produisant dans l'espace, se produit également pour nous dans le temps, et réciproquement, de sorte que les deux idées se recouvrent et se complètent mutuellement; elles sont dans une dépendance réciproque et, s'il est possible de séparer par l'esprit la détermination spatiale d'un phénomène de sa détermination dans le temps, on ne saurait cependant imaginer une perception dans l'espace sans l'aide de la perception dans le temps, et inversement.

Tous les points de l'espace semblent participer également, et dans une égale mesure, à l'écoulement du cours du temps ; c'est ainsi qu'il faut concevoir leur rapport intime et nécessaire car il ne serait pas possible de se figurer un point de l'espace immobile par rapport au cours du temps, ni un intervalle du cours du temps se manifestant tantôt ici, tantôt là dans l'univers. Les deux idées sont solidaires et leur rapport mutuel peut seul éclairer la signification de chacune d'elles.

Il en est donc, malgré la séparation des termes du langage forcément imparfait, surtout lorsqu'il s'agit de représentations abstraites, comme s'il n'existait pour la pensée, au lieu de cette dualité apparente, qu'une seule forme unique spatiale

Hosted by Google

temporelle. Si même nous voulons nous faire une représentation du temps, nous devons emprunter l'idée de l'espace, et réciproquement, l'idée du temps et de sa représentation rectiligne sert à fixer la représentation de l'espace : l'espace nous apparaît comme formé d'un ensemble de parties nécessairement coexistantes dans le moment présent, et cet ensemble paraît s'écouler d'un mouvement uniforme dans la succession du temps ; de là la nécessité de se représenter le cours du temps sous l'apparence d'une ligne droite. Si nous imaginons un point immobile dans l'espace actuel, ce point peut être considéré, d'une manière idéale, comme se déplaçant d'un mouvement uniforme dans le temps ; cependant, s'il reste toujours fixe pour nous, c'est que ses projections dans l'avenir sont recouvertes par le point présent, comme ses projections dans le passé recouvrent ce même point qui reste pour nous, c'est-à-dire subjectivement, immobile. Mais ces recouvrements mutuels, laissant l'apparence d'un point unique, figurent justement pour nous la représentation exacte de la ligne droite absolue, mieux qu'aucune autre ne pourrait le faire. De plus ce point recouvrant pour notre vue tous les points qui seraient derrière lui,

Hosted by Google

comme il serait recouvert par tous les points placés directement en avant, représente la direction purement idéale de la ligne du temps, rendue en quelque sorte sensible par sa projection dans l'espace.

Le recouvrement de tous les points de la ligne du temps par un seul point, et le recouvrement de tous les points d'une droite de l'espace par un seul de ses points, ne sont en réalité qu'un seul et même phénomène de la pensée ; intime et subjectif dans le premier cas, nous l'extériorisons dans le second, où une dimension de l'espace vient prendre la place de la dimension idéale du temps.

De ce point de l'espace, nous pouvons par la pensée mener un plan perpendiculaire à la droite considérée, et dans ce plan deux droites perpendiculaires entre elles comme à la première ; elles formeront trois directions auxquelles pourront être rapportées toutes les autres, et représenteront ainsi les trois dimensions sensibles de l'espace.

Quelle est maintenant par rapport à ces dimensions, la direction de la dimension idéale du temps ? Si nous prenons deux points déterminant une droite AB, le temps semble s'écouler également à travers tous les points de cette droite, qui

Hosted by Google

recouvrent dans notre pensée toutes leurs projections dans le passé ou vers l'avenir. La direction du temps doit donc forcément pour nous, être considérée comme perpendiculaire à cette droite ; elle le sera de même à toutes les droites que nous pouvons tracer ou imaginer dans l'espace, par suite à tous les plans de cet espace et à cet espace lui-même. La direction du temps peut donc à juste titre être considérée comme une quatrième dimension virtuelle ou idéale de l'espace.

Si on ne veut considérer cette conclusion que comme une simple vue de l'esprit, elle peut servir tout au moins à donner une idée de ce que pourrait être la 4e dimension. Mais le temps, dira-t-on sans doute, n'est pas homogène avec l'espace, c'est exact, au moins relativement à nos perceptions ; on ne saurait cependant affirmer d'une manière absolue cette non identité, lorsqu'on ne sait de même aucunement ce qu'est le temps ou l'espace.

Idée d'une seconde dimension. — Envisageant le temps en lui-même, on peut se demander s'il ne faut lui attribuer réellement qu'une seule dimension, et ce que pourrait être un temps à deux dimensions ? Représentons-nous l'existence dans

Hosted by Google

un espace à une dimension, comme plus loin on le fera pour un espace à deux dimensions. Ce monde supposé serait comme une ligne, ou un long tube de très petit diamètre, dans lequel les habitants ne pourraient se déplacer qu'en avant et en arrière. L'existence y serait probablement très monotone ; il en est autrement si cette ligne est le temps, car il faut marcher sans cesse, le repos n'est pas permis, mais le déplacement ne peut se faire que dans un seul sens, vers l'avenir qui se dévoile peu à peu à mesure qu'il devient le présent, pour disparaître aussitôt, laissant le souvenir du chemin parcouru.

Si l'habitant de ce monde supposé pouvait, par la pensée au moins, quitter pour un instant sa ligne et s'élever au-dessus d'elle dans le sens d'une seconde dimension, dont il n'a pas l'idée, il pourrait embrasser d'un coup d'œil son ancien domaine, ou du moins une certaine étendue de celui-ci ; il verrait donc en même temps le point présent qui s'avance sans cesse, ainsi que ce qui est derrière et devant, il connaîtrait et vivrait à la fois le passé et le futur. Cette supposition, d'une seconde dimension du temps, conduit ainsi à l'idée d'un être supérieur, pour lequel il n'y aurait pas de choses

Hosted by Google

passées ou futures, qui les connaîtrait et les embrasserait toutes immuablement avec leur double qualité d'être et de non-être. Elle met d'accord ceux, si nombreux, qu'a troublés la solution de ce dilemme : « une chose peut-elle être passée ou future pour l'intelligence infinie ? » car le passé et le futur lui étant découverts, l'intersection avec notre monde, qui est le présent, n'en existe pas moins, et détermine ainsi le classement de l'avant et de l'après.

On se met ainsi cependant en contradiction avec la notion qui est innée en nous de l'idée de temps, mais il faut bien le remarquer, celle-ci n'est pas autre chose qu'une forme de notre sensibilité, ainsi que toutes les idées d'ailleurs ; or, si l'on veut bien réfléchir à la nature des faits qui intéressent la sensibilité, on voit que celle-ci est souvent prise en défaut, même quand elle pourrait se croire la plus certaine d'elle-même. Il suffit en effet de rappeler que, malgré le sens commun, rien n'existe par exemple dans les corps de semblable à nos sensations de couleur, il n'y a que des vibrations de rythmes différents qui viennent frapper la rétine et nous donnent ainsi l'impression de lumière, de même aussi les sensa-

Hosted by Google

tions corporelles que nous pouvons ressentir ne sont nullement localisées dans les parties de notre organisme où nous croyons les trouver.

La connaissance du passé peut encore être envisagée à un autre point de vue : si prodigieux, nous le savons, est l'éloignement des étoiles, que leur lumière, malgré sa vitesse immense, nous arrive seulement après un temps fort long ; la lumière de l'étoile polaire, par exemple, met trente années avant de nous parvenir, cette étoile pourrait avoir cessé d'exister depuis moins de trente ans que nous la verrions toujours. S'il était possible de se transporter à cette distance et d'apercevoir ce qui se passe sur la terre, on n'y verrait pas le présent, mais ce qui se passait il y a trente ans, et en variant l'éloignement on verrait tout le passé.

Nous le voyons même en quelque sorte, car les astres, situés à des distances très différentes, correspondent pour nous à des dates très diverses aussi de l'histoire du ciel, et les phénomènes astronomiques observés au même instant ont eu lieu réellement à des époques pouvant différer de plusieurs années et même d'un grand nombre de siècles.

« L'aspect du ciel, à une époque donnée, dit

Arago, nous raconte pour ainsi dire l'histoire ancienne des astres. » Une intelligence infinie, pour laquelle il n'y aurait pas de distances, et pour la pensée il n'y en a pas, pourrait donc voir le passé comme le présent.

En ce qui concerne l'avenir : « une intelligence, dit Laplace, qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux des plus légers atomes : rien ne serait incertain pour elle et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. L'esprit humain offre dans la perfection qu'il a su donner à l'astronomie une faible esquisse de cette intelligence. »

Nous ne pouvons évidemment nous élever au-dessus de la ligne du temps, cependant on arrive à la connaissance d'une partie de l'avenir au moins, en tenant compte de la répétition de phénomènes étudiés et connus, dont les lois ont été soumises au calcul (phénomènes astronomiques). Dans le passé nous pouvons conserver la mémoire de ce que nous avons vu, connaître ce que les

Hosted by Google

autres ont vu dans les temps récents ou anciens (traditions historiques), ou même deviner au moyen des restes fossiles et minéraux, ce qui a pu se passer sur la terre dans la période préhistorique et même avant l'apparition de l'homme et des animaux (paléontologie, géologie). L'Étude de ces sciences semble bien dépendre de l'idée de temps, telle au moins que nous la comprenons, sinon dans sa forme abstraite que nous ne pouvons concevoir.

La science du temps ne saurait être, comme on l'a dit, la mécanique, car celle-ci associe d'une manière inséparable les idées d'espace et d'énergie à celle du temps ; ni, comme Hamilton le pense, l'algèbre, dont les quantités, avec leur caractère abstrait, représentent des nombres qui sont eux-mêmes dans leur origine des portions d'étendue ; l'algèbre est, au même titre que la géométrie, une science de l'espace, mais de l'espace à une dimension figuré par une ligne droite, et si cette ligne peut représenter l'idée concrète de temps, elle n'est pas le temps lui-même, non plus que la matière, qui occupe une portion d'espace, ne sera pour notre esprit cet espace lui-même. Il faudrait alors admettre la géométrie comme science de la ma-

Hosted by Google

tière, puisqu'elle applique ses procédés à des figures qui, tout idéalisées soient-elles, n'en empruntent pas moins les formes révélées par les objets matériels. D'ailleurs la généralisation de l'algèbre conduit aux considératious spatiales de plan et de volume.

Tout au contraire les sciences historiques considérées au point de vue le plus général ou, pour mieux dire, les sciences d'observation semblent bien dépendre de l'idée de temps. Il ne faut pas entendre seulement, par sciences historiques, l'histoire de l'humanité, qui n'en est que la plus faible et souvent la plus attristante partie : il faut y faire rentrer ces sciences qu'Auguste Comte groupe sous le nom d'étude de l'homme : biologie, sociologie, morale ; y comprendre aussi l'histoire de la terre dans ses parties minérale et organisée, celle de l'univers, celle des découvertes scientifiques et des progrès de l'esprit humain.

Grâce à l'étude de ces sciences, par lesquelles nous cherchons à nous rendre compte de ce qui a été dans le passé et à deviner l'avenir, nous faisons effort pour nous élever, comme l'habitant de l'espace à une dimension, au-dessus de la ligne idéale du temps, lequel semble ainsi prendre une

Hosted by Google

seconde dimension infiniment petite. Chez un être supérieur, un pur esprit, nous l'avons vu, cette limitation n'existerait pas, et dans notre monde ce sont aussi les plus puissants génies, philosophes et savants, qui ont pu quelquefois réussir à s'élever le plus haut possible au-dessus du domaine du temps, pour deviner les lois de la nature ou les mystères du passé lointain.

La science qui paraît découler le plus directement de l'idée d'espace est la géométrie, mais il n'en est pas autrement pour l'algèbre, l'arithmétique et toute la science mathématique d'une manière générale, c'est-à-dire toutes les sciences de raisonnement. Ainsi que le dit M. de Freycinet : L'espace est le domaine des sciences qui négligeant le changement, cherchent les rapports éternels des choses.

Hosted by Google

CHAPITRE VI

LES IDÉES DE MATIÈRE ET D'ÉNERGIE

Ces deux idées, comme celles de temps et d'espace, sont solidaires et dans une étroite dépendance mutuelle, bien que séparées en apparence par la construction des termes du langage; de sorte qu'il en est comme s'il n'existait pour la pensée, au lieu de cette dualité apparente, qu'une seule forme où matière et énergie se confondent et se complètent.

Il n'est pas davantage possible de concevoir la matière dénuée de toute énergie que l'énergie existant en dehors de toute matière; une force ne peut se manifester ou se transmettre que par l'intermédiaire d'un corps matériel, et celui-ci ne peut nous paraître autrement que dépendant de l'action de certaines forces, comme la pesanteur ou la chaleur, les contenant en quelque sorte en lui-même.

Hosted by Google

Doit-on confondre ces deux idées en une seule, l'énergie devenant la propriété essentielle de la matière qui ne serait plus même que de l'énergie condensée? Maintes hypothèses très ingénieuses ont été faites à ce sujet, sans qu'il soit encore possible de savoir si elles répondent à la réalité ; on négligera pour le moment ces conceptions intéressantes sans doute, en ce qu'elles indiquent la variété des vues de la pensée ; l'examen séparé des deux idées de matière et d'énergie montrera mieux encore leur liaison mutuelle.

L'idée de matière paraît tout d'abord plus simple, plus accessible et plus facile à comprendre, que les idées de temps, d'espace et d'énergie. On a l'habitude en effet d'entendre par matière tout ce qui tombe sous les sens, et ceux-ci, constituant avec la raison les seuls moyens d'investigation à notre portée, pourront nous permettre peut-être de nous rendre compte de sa nature.

Il n'en est rien cependant : nous ne pouvons même pas définir la matière, ni savoir au juste ce qu'elle représente ; elle a donné sujet aux hypothèses les plus variées et les plus contradictoires.

Quelques philosophes, tels que Berkeley, Hobbes, ont été jusqu'à nier son existence réelle

Hosted by Google

et vouloir en faire une abstraction pure de l'esprit; mais cette conception semble contraire à l'évidence même, ainsi qu'à toutes les données des sciences physiques. La matière paraît douée de réalité, tout au moins en ce qui nous concerne; elle semble posséder aussi certaines propriétés essentielles qu'il est nécessaire d'examiner, afin de voir si elles sont bien réellement telles qu'elles paraissent, et peuvent servir à une définition empirique.

Étendue et Impénétrabilité. — L'étendue et l'impénétrabilité des corps sont les résultats de ce fait que les corps sont situés dans l'espace, produisent leur espace, que nous voyons donc autant de lieux occupés que de corps distincts. Ainsi le toucher qui occupe un emplacement spatial ne peut agir qu'en surface, mais on comprendrait qu'un autre sens, comme la vue, puisse pénétrer la matière, ainsi que cela se produirait dans l'hypotèse d'un monde plan et par rapport à celui-ci, comme nous en avons aussi l'illusion en regardant l'intérieur d'un corps transparent.

Les corps sont discontinus, et le vide, souvent plus considérable que le plein, est variable aussi avec la température; nous n'avons donc pas sous

Hosted by Google

les yeux l'étendue réellement occupée par eux, nous ne voyons qu'une forme affectée par un assemblage de particules plus ou moins distantes les unes des autres. On ne peut donc pas dire, dans ces conditions, que cette étendue, telle que nous la concevons, est essentielle à la matière, puisque si la matière était condensée sans intervalles, elle occuperait un volume tout autre, bien moindre et invariable; mais à cet état, l'idée même de matière semble disparaître. Si on veut simplement exprimer, ce qui est indéniable, qu'un corps occupe une portion de l'espace, il faut comprendre que l'étendue réellement occupée par la quantité de matière qu'il contient nous est inconnue.

De plus pour que l'étendue soit propriété essentielle, il faut que l'impénétrabilité existe d'une manière absolue et non pas seulement pour les sens. Or, si dans un mélange de deux corps A et B, les éléments de A ne cessent pas évidemment d'exister à côté des éléments de B, il peut en être tout autrement dans le cas d'une combinaison; les éléments A et B cessent alors d'exister, disparaissent, et donnent naissance à un autre élément distinct C. Il n'y a plus deux places,

Hosted by Google

occupées par le corps A et par le corps B, il n'y en a plus qu'une seule occupée par le corps C; la portion remplie de l'espace, c'est-à-dire le volume total est resté le même, ou bien s'est modifié, les deux corps A et B n'en occupent pas moins un seul et même lieu.

Dans une étude sur la combinaison chimique au point de vue de la connaissance, M. Koslowski dit que : « la combinaison a lieu lorsque deux corps occupent une seule et même place ». Il faut donc admettre autre chose qu'une pénétration même complète, impliquant toujours, pour chacun des éléments des deux corps, un emplacement spatial séparé; il est de toute nécessité, selon l'idée même de l'étendue rapportée à la sensation, si les deux corps A et B occupent réellement une seule et même place, qu'ils se trouvent en quelque sorte juxtaposés suivant une nouvelle direction inconnue des sens, par conséquent distincte des trois directions connues; cette juxtaposition se serait donc produite dans le 4e espace, car de cette manière seulement, les corps peuvent occuper réellement la même place dans le 3e espace.

Anticipant un peu sur la supposition du monde

Hosted by Google

surface traitée au chapitre suivant et pour mieux faire comprendre cette idée de la combinaison : imaginons les deux corps A et B se manifestant dans un plan : s'ils sont à l'état de mélange, leurs éléments sont voisins les uns des autres, ils peuvent même se pénétrer et seront toujours distincts ; si, au contraire, les éléments A et B se trouvent superposés l'un et l'autre, c'est-à-dire unis dans le sens d'une 3ᵉ direction, en dehors du plan, un corps nouveau et différent se manifeste dans le plan, son poids $A + B$ est le seul indice qui rappelle les éléments origine ; A et B occupent bien réellement le même emplacement superficiel.

De même, en supposant que les derniers éléments, atomes ou molécules de deux corps, soient juxtaposés selon une 4ᵉ direction, distincte des trois directions connues, on obtiendrait ainsi un corps du 3ᵉ espace, distinct des deux premiers qui occuperaient bien exactement le même emplacement dans cet espace.

C'est bien dans cet ordre de faits que semble le mieux se justifier l'hypothèse d'une 4ᵉ dimension de la matière ; on peut penser que dans chaque corps cette 4ᵉ dimension, excessivement petite, est proportionnelle au poids atomique, et que c'est

Hosted by Google

suivant cette direction que se construit l'édifice moléculaire, sous l'influence des vibrations (chaleur, lumière, électricité), du support (éther) du monde matériel, comme sa dislocation serait une sorte de renversement sur l'espace à trois dimensions, donnant lieu à des phénomènes inverses d'énergie vibratoire ; le déplacement des molécules qui, par la 4e direction, sortent de l'espace ou y reviennent, produit un vide où les autres molécules se précipitent, et une série de chocs et de vibrations qui se manifestent par des phénomènes de chaleur, de lumière ou d'électricité.

La réalité de cette 4e dimension excessivement petite est ainsi révélée à la raison par le fait de la combinaison chimique, mais elle échappe à la sensation par sa petitesse même.

Lorsqu'on veut mesurer les corps, on leur donne trois dimensions, hauteur, longueur et largeur, mais en réalité pour nous, pour nos sens et leurs investigations les plus profondes, la matière n'est toujours que surface, et n'a donc que deux dimensions, nous ne voyons et ne touchons jamais que des surfaces. La troisième dimension n'est pas directement perçue, elle est seulement déduite de faits d'expériences sensibles, visuelle ou tactile et

Hosted by Google

devient une hypothèse indispensable pour l'explication de ces faits. C'est même pour cela que nous sommes incapables de connaître réellement la matière, car la raison, liée aux sens, ne pouvant avec eux agir qu'en surface, n'a pas non plus la faculté de pénétrer l'essence des choses.

Prenant un corps quelconque, on peut le briser en fragments excessivement petits, mais on ne verra ou ne touchera jamais que des surfaces; les gaz, les liquides ou les solides, ne nous laissent pas voir leur nature intime, et ne se présentent à nous que comme une sorte de poussière de molécules plus ou moins agglomérées.

Les trois dimensions, en tous cas, ne se rapportent réellement qu'à la forme que nous percevons, indépendamment de la matière que recouvre cette apparence, matière dont nous connaissons l'existence par son poids, lequel représente bien une quantité différente de celles qui ont rapport à la simple forme extérieure. L'étendue et l'impénétrabilité sont ainsi des propriétés purement apparentes de la matière.

Mobilité et pesanteur. — La mobilité et la pesanteur semblent bien, à première vue, appartenir en propre à tous les corps et pouvoir servir

Hosted by Google

à définir la matière. Si l'on fait abstraction du frottement initial, c'est-à-dire de l'influence des corps voisins, tout corps est mobile, le moindre effort suffit pour produire un mouvement. Tous les corps paraissent pesants, on a même voulu quelquefois définir la matière : « tout ce qui pèse » ; mais, pour un même corps, le poids est variable selon la force d'attraction, dont il n'est que la conséquence : un litre d'eau, qui pèse 1 kilogramme à la surface de la terre, serait environ 6 fois moins lourd à la surface de la lune, et 27 fois plus lourd s'il pouvait être transporté sur le soleil.

Sur la terre même, le poids d'un corps est variable selon l'altitude et l'emplacement ; le rayon terrestre étant plus court aux pôles, de 22 kilomètres environ, l'action de la pesanteur y est plus forte qu'à l'équateur ; à Paris cette différence est de 285 grammes par 100 kilogrammes. L'attraction peut aussi être annulée par une force antagoniste, ou atténuée comme par la force centrifuge due au mouvement de rotation de la terre ; cette dernière force est nulle aux pôles et maxima à l'équateur ; si la terre était immobile, un corps qui à l'équateur pèse actuellement 289 kilogram-

Hosted by Google

mes, en pèserait 290 ; si elle avait une rotation 17 fois plus rapide, la force centrifuge deviendrait assez grande pour détruire l'effet de la pesanteur, de sorte qu'un corps placé à l'équateur cesserait de peser. Le poids d'un corps peut donc varier, même disparaître, en même temps que varie l'intensité de la pesanteur ; cependant, la masse, quotient de ces deux valeurs, reste indépendante de leurs variations.

La pesanteur produit des effets proportionnels aux masses des corps ; celles-ci, pour une même intensité d'effort, sont en raison inverse de la mobilité ou de l'aptitude des corps à recevoir le mouvement ; comme cette mobilité est proportionnelle à l'effort, il s'ensuit que les forces extérieures agissant sur les corps pour leur communiquer une même impulsion sont, comme la pesanteur, proportionnelles aux masses.

Cette identité d'action entre les forces extérieures et la pesanteur, semble toute naturelle par suite de l'habitude, mais n'en est pas moins remarquable, même tout à fait imprévue ; toutes les autres forces de la nature que nous connaissons, chaleur, électricité, affinité, etc., ont en effet sur différents corps des actions variables,

Hosted by Google

pouvant dépendre de la nature de la substance particulière à chacun d'eux, mais indépendante de la masse.

Celle-ci reste absolument invariable dans toutes les circonstances, elle est, en somme, ce qui différencie les corps entre eux au point de vue du mouvement et des forces mécaniques qui leur sont appliquées, elle rend compte à la fois de la mobilité et de la pesanteur d'un corps, et paraît bien une propriété essentielle et inhérente à la matière; la masse est ainsi non seulement inséparable, mais aussi sous la dépendance complète de l'idée de force ; sa valeur représente le rapport absolu et immuable entre une impulsion donnée et un corps déterminé. On peut dire avec M. de Freycinet, que la matière est tout ce qui a de la masse, tout ce qui exige de la force pour acquérir du mouvement.

Mais en réduisant même la matière à l'idée plus simple de masse, celle-ci reste encore relative à la masse choisie comme unité, relative aussi, non pas même à l'idée de force en général, mais à l'idée d'une espèce particulière de force prise arbitrairement, extérieure au corps matériel. On aurait pu tout aussi bien faire intervenir une

autre force pour différencier les corps entre eux, telle l'action chimique ou l'action de la chaleur ; la nouvelle notion changerait absolument de caractère, donnant la proportionnalité, dans le premier cas, aux poids atomiques selon lesquels les corps se combinent entre eux, dans le second cas, aux chaleurs spécifiques.

On définit quelquefois la masse, comme la quantité de matière dont un corps est composé ; mais cette quantité, pour des corps de matières différentes, ne présente rien de bien net à l'esprit, puisqu'il n'a pas encore été possible de démontrer l'unité de la matière, supposée dans cette définition d'après l'égalité reconnue de l'action de la pesanteur sur tous les corps.

Cependant les masses différentes des corps, sous le même volume proportionnelles aux densités, correspondent bien uniquement aux variétés de matière qui les composent, relativement à la pesanteur et aux forces extérieures ; celles-ci, pour déterminer un même déplacement, dans l'unité de temps, doivent vaincre, pour ainsi dire, des forces antagonistes inhérentes aux corps et proportionnelles aux masses.

Les masses ou les densités sont donc, rela-

Hosted by Google

tivement pour chaque corps, comme une dimension supplémentaire représentant l'effort nécessaire pour arriver à un même déplacement, ou la quantité de matière à déplacer.

Cette dimension ne se mesure pas de la même manière que les trois autres, mais la densité en donne une connaissance exacte. Si les diverses molécules étaient également éloignées les unes des autres, cette 4e dimension serait proportionnelle aux poids atomiques des corps, 4e dimension supposée de la molécule, il en est en effet ainsi pour les gaz ; mais pour les liquides et les solides les molécules sont inégalement écartées et la densité ne représente plus sans doute que la somme des densités, ou poids atomiques, de toutes les molécules contenues dans un même volume ; le nombre proportionnel des molécules des différents corps est le quotient de la densité par le poids atomique, inverse du volume moléculaire ou atomique.

Le poids atomique semble bien remplir, dans la molécule, le même rôle que la masse dans le corps ; ces poids s'ajoutent dans les combinaisons comme les masses dans les mélanges, et cette comparaison conduit à une assimilation possible

Hosted by Google

entre les forces extérieures et la chaleur : si l'aptitude d'un corps à recevoir le mouvement, ou sa mobilité, est en effet, pour une même intensité d'effort, en raison inverse de la masse, de même l'aptitude d'un corps à recevoir la chaleur, ou la quantité de chaleur absorbée par un corps (chaleur spécifique), pour une même élévation de température, est, comme on le sait, en raison inverse du poids atomique.

Atomes. — Par suite de considérations tirées surtout des proportions définies et multiples suivant lesquelles les corps se combinent entre eux, et qui représentent les poids relatifs de leurs dernières particules, on a été amené à penser, comme il est admis aujourd'hui au moins en théorie, que la matière n'était pas divisible indéfiniment; on donne généralement le nom d'atomes aux dernières particules des corps simples, de molécules à celles des corps formés du groupement de plusieurs atomes. Les corps seraient alors formés de milliards de molécules et d'atomes excessivements petits, donc invisibles, qui ne se touchent pas et sont en mouvement perpétuel les uns par rapport aux autres, soumis à la fois à la force d'attraction, qui tend à les rappro-

Hosted by Google

cher, et à une force de répulsion ayant pour cause apparente la chaleur; leurs distances, bien que très petites, peuvent être cependant très grandes relativement à leur volume, elles sont évidemment plus grandes pour les gaz que pour les liquides et les solides.

Ces dimensions des atomes, d'après les calculs de certains physiciens seraient de l'ordre du dix millionième de millimètre; d'après W. Thomson, si une goutte de pluie était grossie jusqu'à égaler le volume de la terre, avec les molécules dont elle est constituée grossies dans les mêmes proportions, la sphère aqueuse ainsi obtenue serait composée de petites sphères plus grosses que des grains de plomb, mais plus petites que des oranges.

On a quelquefois comparé le monde infiniment petit des atomes au monde immense où roulent les astres; le mouvement existe dans l'un comme dans l'autre et, loin de nuire à l'équilibre et à la stabilité, l'assure au contraire, comme pourrait le démontrer l'exemple de la toupie ou de la bicyclette, dont le mouvement seul conserve l'équilibre.

Cette théorie des atomes remonte aux premiers

Hosted by Google

temps de la civilisation, et n'était alors qu'une hypothèse sans fondement, tandis qu'elle est basée maintenant sur les données scientifiques; il n'est pas possible cependant de rien affirmer d'absolu à son sujet, car on ne connaît ni la nature des atomes, leur forme, leur groupement, ni leur mode de mouvement. Elle se trouve même en opposition avec certains faits : l'atome, constituant la partie ultime et indivisible d'un corps, ne peut être sans étendue, mais il n'a pas de parties puisque indivisible, on ne peut donc se le figurer que parfaitement dur et dépourvu de toute élasticité, car cette dernière propriété implique mouvement des parties, et l'atome, n'ayant pas de parties distinctes, ne peut être élastique. Or, ces propriétés sont en contradiction avec certaines théories fondamentales de la physique moderne, telle que la théorie cinétique des gaz, et avec la doctrine de la conservation de l'énergie. Cependant on conserve la théorie des atomes parce qu'elle est commode, et même qu'elle pourrait se trouver cependant exacte, non pas d'une manière absolue, mais du moins relativement à nos moyens d'action, si ces atomes, tout en restant toujours les moindres parcelles de matière

Hosted by Google

qu'il soit possible d'obtenir, étaient formés de condensations diverses de particules plus petites d'une matière unique.

L'unité de la matière n'a pas encore été démontrée, les corps que nous appelons simples restent indécomposables jusqu'à présent, et ne se transforment pas les uns dans les autres; cependant parmi les diverses hypothèses scientifiques, elle paraît l'une des plus vraisemblables. L'analyse spectrale est venue apporter un argument en sa faveur, elle a permis de constater que dans les étoiles à lumière blanche, qui sont les foyers à température la plus élevée que l'on connaisse, il n'existerait guère que de l'hydrogène libre; dans les étoiles à lumière jaune, telles que notre soleil, on trouve divers métaux avec l'hydrogène; enfin dans les étoiles rouges, qui sont les moins chaudes, l'hydrogène libre disparaît presque complètement et les métalloïdes sont combinés avec les métaux. Tous les corps simples, métalloïdes d'abord et métaux ensuite, sembleraient donc se dissocier en hydrogène à des températures de plus en plus élevées : l'hydrogène pourrait être la matière unique, à moins qu'il ne soit déjà lui-même une condensation de la matière primitive, ou de l'éther comme on l'a supposé.

Hosted by Google

Ces condensations de l'élément primitif des corps simples se produiraient sans doute selon la 4e direction, et c'est pourquoi les moyens d'action dont nous pouvons disposer ne nous permettraient pas de rompre ou de reconstituer ces groupements particuliers, plus résistants que que ceux des atomes en combinaison, superposés dans la même direction. Le poids atomique du corps simple serait la mesure relative de la quantité de cet élément primitif, dont la densité ne peut être par conséquent qu'inférieure, ou au plus égale, à celle de l'élément de moindre densité que nous connaissons.

Énergie. — On entend par énergie l'ensemble des différentes forces naturelles ; nous pouvons constater certaines manifestations des forces, pesanteur, chaleur, combinaison chimique, etc., mais ne pouvons nullement comprendre ce que c'est que l'énergie ; il semble raisonnable de croire que si certaines de ses formes sont entrées dans notre connaissance, il en est beaucoup d'autres qui nous sont encore inconnues.

La notion de force prend naissance dans l'esprit par suite de l'effort que nous devons faire pour mouvoir les corps, bien que cette action n'ait,

Hosted by Google

très probablement, aucun rapport avec les modes de propagation des forces de la nature, et que nous ne puissions même pas connaître la cause immédiate de nos mouvements. Nous n'avons en réalité aucune idée précise sur la nature des forces, nous ne savons guère mieux comment elles se transmettent, et ne pouvons les connaître que par les effets qu'elles produisent.

Il faut donc se contenter d'étudier les forces par leurs effets ; la matière ayant été représentée par la notion de masse M, une force extérieure, agissant pour lui imprimer un mouvement dans l'espace, a pour mesure la quantité de mouvement ou l'accélération G qu'elle lui communique dans l'unité de temps ; elle est réprésentée par MG. L'idée de force est donc ainsi dépendante de celle de masse, c'est-à-dire que nous ne pouvons avoir idée d'une force, sinon par sa relation avec l'idée de matière ; ces deux idées sont inséparables, pour nous, comme il a été dit, au même titre que les idées d'espace et de temps.

Quelques philosophes ont voulu faire de l'énergie une propriété essentielle de la matière et tirer de cette hypothèse des arguments dits matérialistes. Nous ne pensons pas que cette conception

soit rationnelle : les forces agissent en effet sur la matière, car on ne saurait comprendre qu'elles puissent agir autrement (il leur faut bien un point de départ et un point d'application), elles peuvent sembler contenues en elle, mais de la même manière que la matière est contenue dans l'espace et jamais on n'a eu l'idée cependant de faire de la matière une propriété de l'espace.

La quantité de matière peut varier, dans une étendue donnée, de même la quantité d'énergie latente ou sensible, contenue dans une même matière. Cette variation indique qu'à la limite on pourrait concevoir, au moins d'une manière abstraite, un espace sans matière et une matière privée de toute énergie ; mais la disparition de l'une doit entraîner aussi forcément semble-t-il la disparition de l'autre. Nous ne pouvons en tous cas nous représenter les forces que par leur action sur la matière, c'est-à-dire lorsqu'elles se manifestent par les phénomènes.

La seule notion précise, que nous conservons jusqu'à présent, est que l'énergie, comme la matière, ne peut être ni créée ni anéantie, l'une et l'autre n'éprouvent que des changements de forme, la quantité totale de chacune d'elles reste

Hosted by Google

constante. On admet donc que tout mouvement dans la nature provient d'un mouvement antérieur, et est lui-même la cause d'un mouvement de même valeur, de sorte qu'il n'y ait jamais aucune perte ni aucun gain ; mais cependant la découverte de la radio-activité de certains corps pourrait bien amener à modifier ces idées, et à ne considérer la matière que comme de l'énergie condensée.

L'unité de l'énergie, au même titre que celle de la matière, est une théorie séduisante ; les forces isolées que nous connaissons ne seraient que différentes manifestations et différents états d'une force première unique ; s'il n'a pas encore été possible de faire rentrer toutes les forces dans le même cadre et de démontrer ainsi leur unité, on a pu cependant identifier quelques-unes d'entre elles. La pesanteur à la surface de la terre et la gravitation des astres sont deux formes de l'attraction universelle, dont l'affinité chimique, ou attraction entre les molécules, semble bien aussi dérivée. La lumière, la chaleur et l'électricité sont aussi des manifestations analogues d'une même force.

On sait que l'action de l'énergie se transmet entre la terre, le soleil et les différents astres, tout au moins sous la forme de l'attraction universelle,

Hosted by Google

et comme phénomène visible sous la forme de lumière. Or, en rapportant cette idée à la sensation et à l'expérience, on s'aperçoit qu'il n'est possible de concevoir, ni une transmission de force à distance à travers le vide et sans intermédiaire, ni cette transmission s'opérant autrement que par l'action d'une pression, par le contact d'un corps sur un autre ; même lorsque le mode d'action de la force échappe absolument, comme pour la pesanteur, il faut toujours le déduire d'une impression sensible.

Newton, qui a révélé l'attraction universelle, a toujours évité avec soin de laisser croire qu'il pouvait considérer la pesanteur comme un attribut essentiel et inséparable de la matière ; sans vouloir deviner la nature de l'agent qui produit ce phénomène, il a toujours pensé qu'il ne pouvait être expliqué que par les principes du choc ou de la pression, et il lui semblait absolument inadmissible qu'un corps puisse agir à distance sur un autre à travers le vide, sans l'intervention d'un autre élément, par lequel, et au travers duquel, les actions mutuelles et les forces seraient transportées de l'un à l'autre.

Il a donc fallu nécessairement admettre l'hypo-

Hosted by Google

thèse d'un milieu, ou fluide élastique et résistant, auquel on a donné le nom d'éther, chargé de transmettre l'énergie par ses vibrations. Il faut supposer qu'il doit exister, non seulement dans les espaces planétaires, mais encore partout, jusque dans l'intérieur des corps, entre les molécules qui par son intermédiaire reçoivent ou transmettent leurs vibrations.

L'hypothèse de l'éther n'est pas la seule qui ait été présentée pour essayer de rendre compte de la transmission de l'énergie ; elle est du moins la plus simple, et la plus généralement admise par les physiciens, mais est loin de se montrer parfaite et de pouvoir même se justifier entièrement pour les phénomènes de la gravitation.

Toutes les forces rayonnantes se trouvent assimilées à des ondulations de l'éther, mais leur diversité d'action ne permet pas d'admettre un éther unique, homogène et uniforme. L'attraction, en particulier, se montre bien différente de toutes les autres forces, elle n'est arrêtée, ni modifiée en aucune façon, par l'interposition de la matière ; tous les corps sont, comme on l'a dit, absolument transparents à la gravitation. En outre, selon la remarque d'Arago : « si l'attraction était le ré-

Hosted by Google

sultat de l'impulsion d'un fluide, son action devrait employer un temps défini à traverser les immenses espaces qui séparent les corps célestes, tandis qu'il n'y a aucune raison de douter qu'elle soit instantanée ».

Faudrait-il donc supposer plusieurs milieux éthérés distincts, pour rendre compte de la transmission de la gravitation, de l'électricité, etc. ; leur accumulation dans le même espace semble mettre en défaut l'hypothèse première, qui s'accorde cependant avec les phénomènes mieux connus de la lumière, paraissant devoir être attribués réellement à des vibrations, dont on a même pu calculer l'amplitude et le nombre ; celui-ci, pour les différentes couleurs visibles depuis le rouge jusqu'à l'extrême violet, serait compris entre 500 et 800 trillions de vibrations par seconde.

Ces vibrations de la lumière, qui se propagent avec une rapidité de 300 000 kilomètres à la seconde, peuvent traverser les corps de faible densité, tels que les gaz et même certains corps liquides ou solides transparents, sans doute à cause de l'écartement ou de la disposition particulière des molécules, mais en rencontrant les corps matériels, quelques-unes se modifient sous leur in-

Hosted by Google

fluence, leur transmettent une partie de leur énergie et donnent naissance à de nouvelles vibrations plus lentes, qui sont celles de la chaleur obscure, et deviennent perceptibles lorsque leur nombre atteint environ 65 trillions par seconde. Chaleur et lumière sont donc absolument analogues, mais nos sens nous les font percevoir de différentes façons. La lumière correspond aux vibrations de chaleur radiante que l'organe de la vue nous permet de percevoir, d'autres vibrations ne sont pas visibles, mais sensibles seulement.

Ces deux phénomènes, qui nous semblent cependant d'une certitude si bien établie, n'existent donc pas réellement en eux-mêmes, ce ne sont que des apparences, et uniquement des faits physiologiques, par lesquels différentes fibres nerveuses peuvent être impressionnées par certains rythmes de vibrations ; nous en ressentons des impressions particulières, transmises, soit par la rétine, soit par la surface du corps, et c'est ce qui constitue pour nous la lumière ou la chaleur.

L'œil est construit de telle sorte qu'il peut enregistrer les vibrations de l'éther, seulement dans les limites indiquées plus haut ; ces vibrations se traduisent par des impressions lumineuses, mais

Hosted by Google

en deçà commme au delà l'impression cesse ; il n'y a plus de lumière pour l'œil, bien que les vibrations soient néanmoins existantes ; quelques-unes peuvent être perçues comme chaleur, d'autres n'ont aucune signification pour les sens.

L'homme a pu étendre le domaine de sa vue depuis le très petit, par le miscroscope, jusqu'à l'excessivement éloigné, au moyen du télescope, mais ne peut faire que sa rétine, construite pour recevoir seulement certaines vibrations, soit impressionnée par d'autres, dont la plaque photographique cependant indique clairement l'existence.

Nous constatons donc, une fois de plus, combien nos sensations se meuvent dans d'étroites limites, et sont insuffisantes pour rendre compte des phénomènes de la nature. Les perfectionnements de plus en plus grands des sciences aboutissent surtout à démontrer combien l'horizon reste forcément limité.

La science qui s'occupe de la structure intime de la matière et permet de pénétrer le plus avant possible dans sa constitution est la Chimie. Ses progrès, considérables dans le dernier siècle, ont permis d'arriver à des résultats certains dans la

Hosted by Google

connaissance des lois qui président aux transformations des corps matériels.

La Physique étudie les différentes forces et forme avec la Chimie le groupe des sciences expérimentales proprement dites, dont le but est la connaissance des lois générales des phénomènes. D'autres sciences, comme la mécanique et l'astronomie, se rattachent à la fois à ce groupe et aussi aux sciences d'observation et de raisonnement.

Hosted by Google

CHAPITRE VII

UN MONDE SURFACE

L'imagination peut concevoir sans peine un monde limité à deux dimensions, ou monde surface, en faisant toutefois les abstractions nécessaires, et cette vue aidera à remonter à la conception d'un monde présentant plus de trois dimensions.

Figurons-nous d'abord une surface qui, seulement pour simplifier et fixer les idées, serait plane et verticale. Sur cette surface, les habitants imaginaires peuvent se déplacer, mais n'ont aucunement conscience de la troisième direction normale à leur plan ; ils n'ont donc eux-mêmes, soit que deux dimensions, soit, pour nous les mieux représenter et n'en pas faire des abstractions purement géométriques (surfaces sans épaisseur), une troisième dimension excessivement petite et inconnue pour eux ; ils sont ainsi censés ne pou-

Hosted by Google

voir se déplacer qu'entre deux plans parallèles très rapprochés.

Sur cette surface imaginons un très grand cercle qui représentera pour eux la terre, avec une atmosphère autour et une force d'attraction au centre de cette terre ; les êtres plans pourront se mouvoir sur la circonférence du cercle, pénétrer un peu à l'intérieur, et s'élever même pour circuler en passant les uns au-dessus des autres, comme font les oiseaux, mais toujours, bien entendu, sans sortir de leur plan. Nous pouvons, pour les éclairer, leur supposer un soleil disque, autour duquel la terre tournerait, et des astres variés, toujours vus par eux dans leur plan.

Remarquons que si ce soleil et ces astres étaient à trois dimensions, les habitants ne pouvant rien concevoir en dehors de leur plan, verraient seulement le contour linéaire de la surface plane, section de ces corps par leur plan, de même que nous apercevons seulement le contour superficiel des différents astres. De plus si ces corps sont semblables à des sphères et animés d'un mouvement dans le sens de la troisième direction, normale au plan, les diamètres sembleront varier de grandeur ; les disques paraîtront donc s'éloigner

Hosted by Google

ou se rapprocher, selon que le diamètre apparent semblera diminuer ou au contraire augmenter ; les rayons apparents seront en raison inverse des distances.

Lorsque la sphère se déplaçant d'un mouvement uniforme, dans une direction perpendiculaire au plan, arrive en contact avec lui, l'observateur placé sur la surface aperçoit d'abord le point de tangence, puis une circonférence qui grandit assez rapidement, plus lentement ensuite, jusqu'à atteindre un diamètre maximum et décroître en suivant les mêmes phases en sens inverse.

Pour l'être plan qui observe de loin le phénomène, l'apparence est celle d'un disque circulaire, d'un astre par exemple, arrivant de l'infini, s'approchant et s'éloignant pour disparaître ensuite ; si la sphère oscille simplement de part et d'autre du plan, sans la quitter, le disque paraîtra se rapprocher et s'éloigner tour à tour. Mais si les distances où se produit le phénomène sont immenses, l'éclat seul de ces astres paraît se modifier. Le premier cas sera comparable à l'apparition des étoiles dites temporaires ; le second représentera les étoiles à variations périodiques.

Hosted by Google

On peut supposer aussi que la sphère arrive obliquement sur le plan. Les centres des circonférences successives, intersections du plan et de la sphère, décrivent alors une portion de ligne droite ou courbe, dont les extrémités correspondent aux points de tangence de la sphère à l'entrée et à la sortie; en joignant ces points à la position de l'observateur, on a deux asymptotes entre lesquelles la courbe apparente du centre du disque paraît venir de l'infini, se rapprocher, s'éloigner et disparaître. Le phénomène pour l'être plan sera analogue à ce qu'est pour nous le trajet de certaines comètes.

Le monde plan repose sur une surface qui lui sert à la fois de support et de contenant; il s'y trouve maintenu, et ses diverses parties peuvent s'y mouvoir, sans qu'aucun frottement vienne mettre obstacle au mouvement. Cette surface, vis-à-vis de ce monde, remplit un rôle analogue à ce que doit être, pour nous, l'éther hypothétique des physiciens, élastique et rigide à la fois, transmettant les diverses influences ou vibrations.

Les corps ou les parties des corps, qui ne sont pas dans l'espace plan, ne sont pas visibles pour

Hosted by Google

l'être plan, dont les sens sont incapables de rien percevoir en dehors de son espace, mais certaines radiations non perçues par les sens, comme pour nous celles de l'électricité, pourront arriver sur la surface, par le moyen de la 3e dimension.

Cette surface représente l'univers entier dans son immensité pour les êtres qui l'habitent; ils ne peuvent donc, de toute nécessité, avoir nulle conscience de la force les maintenant en contact avec elle et les empêchant d'en sortir; force qui n'aura par conséquent aucune action directe sur eux ni sur les particules de leur matière. Quant à nous, nous pouvons supposer cette adhérence produite par une attraction, soit de la surface elle-même, soit de corps placés en dehors dans la troisième direction.

Mais, par contre, les êtres plans se rendront compte de la force de gravité, vers le centre de leur terre plate, et des diverses attractions de leur univers qu'ils pourront même exprimer par des lois analogues aux nôtres. Ainsi dans notre monde actuel, la lumière ou les forces émanant d'un point, et réparties dans les trois directions, arrivent nécessairement sur les diverses surfaces avec une intensité inversement proportionnelle au

Hosted by Google

carré de la distance, tandis que dans le monde surface, les forces arriveront sur les différentes lignes avec une intensité inversement proportionnelle à la distance seulement.

L'être plan reste toujours assujetti à son monde surface, ses mouvements, ses pensées même y sont forcément confinés; il ne peut non plus se figurer ce qu'est réellement ce monde, ni avoir la moindre idée de sa nature; pour lui c'est l'univers et tout l'espace possible. Il ne saurait donc aucunement venir à sa pensée, si ce n'est toutefois comme une hypothèse ou supposition imaginaire, qu'il puisse exister quelque chose d'autre en dehors.

Sur la surface il peut se mouvoir dans toutes les directions, mais pour variées qu'elles semblent, elles se ramènent finalement à deux, à angle droit l'une sur l'autre. Si donc cet être plan peut avoir les notions d'en bas et d'en haut, qui sont le sens de l'attraction et le sens opposé, ainsi que celles d'avant et d'arrière, par contre, celles de droite et de gauche lui sont absolument interdites, car elles impliqueraient un mouvement en dehors, impossible à exécuter pour lui, et même à concevoir en pensée.

Les corps matériels de la surface n'ayant

Hosted by Google

qu'une épaisseur excessivement petite, inappréciable pour lui, celle d'une molécule par exemple, lui sembleront n'avoir que deux dimensions et être limités par des lignes ; il ne verra donc dans un solide que des lignes, de même que nous ne voyons que des surfaces, et devra penser que les corps réels ont seulement deux dimensions. S'il ne peut voir en effet que des lignes à une dimension, la courbure de ces lignes, ainsi que leur résistance à son action, doivent lui faire admettre cependant qu'il existe deux dimensions, de même que la courbure des surfaces que nous voyons et leur résistance au toucher, nous font déduire la 3e dimension des corps.

L'atmosphère qui l'entoure ne peut avoir aussi que cette même épaisseur excessivement petite, elle reste sur la surface en vertu de l'attraction de celle-ci, sans pouvoir la quitter; autrement elle pénétrerait dans les corps directement, sans passer par leurs ouvertures situées seulement sur le pourtour, son action serait alors incompréhensible.

Une figure plane fermée serait, pour l'être plan, un espace clos de toutes parts, dont il ne pourrait sortir que par une ouverture sur un côté, bien

Hosted by Google

que cette figure soit pour nous visible dans toutes ses parties, et que nous concevions fort bien la possibilité d'en sortir, en passant en dehors du plan, par la troisième direction.

Il existe donc pour l'être plan une certaine limite du possible qu'il ne peut dépasser ; mais cette possibilité n'est pas absolue, elle dépend de lui, de la limitation de ses moyens, non de l'espace lui-même et des figures de cet espace. Et ainsi de même, nous devons bien nous rendre compte que, le plus souvent, nos assertions à l'égard de notre monde ne concernent pas en réalité ce monde lui-même, mais seulement notre état actuel et nos possibilités matérielles.

L'idée de la 3[e] direction ne pourrait venir à l'être plan que par le raisonnement, en comparant les conditions d'existence sur une simple ligne, en se demandant si le nombre des dimensions doit être limité à deux, et pourquoi une troisième dimension, quoique incompréhensible pour lui, ne saurait exister.

Nous lui ressemblons encore en ce point, et c'est justement à cause de cette analogie des limitations, que, si rien évidemment à priori ne nous montre qu'il existe un espace à quatre dimen-

Hosted by Google

sions, nos raisonnements à cet égard, étant peut-être analogues à ceux de l'habitant de l'espace surface, quant à la troisième dimension, il est intéressant d'examiner et de comparer les rapports que présentent entre eux ces divers espaces; ce sera sans doute la meilleure voie pour rencontrer peut-être quelques faits qui viendront apporter un commencement de probabilité à l'hypothèse de l'hyperespace. Voici quelques exemples à ce sujet, les deux premiers d'après M. Hinton :

A. *Diffusion des liquides et des gaz.* — L'être du monde surface ne peut se rendre compte de la force qui le maintient sur son espace et l'empêche d'en sortir, parce que cette force est située en dehors de son monde connu; de même nous serions confinés dans notre espace, sous l'influence d'une force inconnue, normale à cet espace, donc située en dehors. Comment trouver une indication, si petite soit-elle, de son existence possible?

Pour plus de facilité supposons un plan horizontal, afin que la force qui maintient les particules sur la surface soit connue de nous, c'est la pesanteur.

Un liquide, répandu sur ce plan, aura une tendance à se diffuser partout dans les deux

directions, diminuant d'épaisseur dans la 3e, perpendiculaire au plan, jusqu'à n'avoir qu'une épaisseur excessivement mince s'il est suffisamment fluide. De même dans notre espace, un gaz ou une vapeur tend à se répandre dans toutes les directions et remplit peu à peu tout le volume qui lui est offert.

Cette diffusion serait-elle produite par une force inconnue agissant dans le sens de la 4e direction, et le gaz ou la vapeur, s'étendant dans les trois directions connues, diminuerait-il son épaisseur dans la 4e ?

Il faut dire tout d'abord que cette comparaison des liquides et des gaz n'a rien d'arbitraire, car il est admis, et prouvé maintenant, qu'il n'y a pas entre eux de ligne de démarcation absolue.

Il faudrait penser alors que les corps matériels possèdent une quatrième dimension, excessivement petite. Les solides, rigides dans leurs trois dimensions, le seraient aussi dans la quatrième ; la cohérence des liquides serait trop grande pour leur permettre de se répandre dans l'espace, en diminuant leur quatrième dimension, sous l'influence d'un centre d'attraction existant en dehors de notre espace, bien qu'ils manifestent cepen-

Hosted by Google

dant une tendance à le faire, en émettant constamment des vapeurs; les gaz, en raison de la plus grande mobilité de leurs molécules, pourraient répondre à l'action de cette force et se répandre ainsi dans l'espace, comme font les liquides sur un plan, par l'action de la gravité. Dans ce cas, la densité d'un gaz ou d'une vapeur serait la mesure relative de son épaisseur dans la quatrième dimension, et une différence de densité correspondrait à une différence de cette épaisseur, dans les mêmes conditions de pression; mais comme les poids moléculaires des gaz sont proportionnels à leurs densités, il s'ensuit qu'ils représenteraient justement l'épaisseur relative des corps suivant la 4e dimension; dans les combinaisons, ces poids moléculaires s'ajoutent, c'est-à-dire que les molécules s'unissent suivant la 4e dimension. Nous retrouvons ainsi, par une voie toute différente, l'hypothèse faite au chapitre VI, que dans la combinaison, les atomes ou les molécules des corps se pénètrent, et occupent le même emplacement dans le 3e espace.

B. *Philosophie idéaliste.* — Les figures à une ou deux dimensions n'ont à notre point de vue aucune existence réelle, ce sont de pures abstrac-

Hosted by Google

tions; les êtres matériels ne peuvent avoir pour nous que trois dimensions, c'est pourquoi nous avons donné une 3e dimension infiniment petite aux êtres du monde surface, afin de les considérer hors du point de vue purement idéal.

Si l'espace absolu possède plus de 3 dimensions, deux solutions se présentent en ce qui nous concerne : nous pouvons avoir une existence à trois dimensions seulement, ou bien une existence à quatre dimensions, mais sans en avoir conscience.

Dans ce dernier cas, la 4e dimension des corps de notre univers serait excessivement petite et invisible pour nous ; l'étude des dernières particules de la matière, atomes et molécules, pourrait peut-être servir à nous révéler l'existence réelle de cette dimension.

Dans le premier cas, au contraire, où nous serions des êtres à trois dimensions dans un espace à quatre, nous n'existerions, par rapport aux êtres possibles de cet espace, que comme de pures abstractions géométriques, (ce que sont pour nous, par exemple, des cercles ou des triangles idéalisés); nous ne serions que les produits de leur pensée ou de leur imagination ; hypothèse,

Hosted by Google

il est curieux de le remarquer, que l'on trouve dans les écrits des philosophes idéalistes. Hobbes appelle les objets, les apparences des choses : « phantasma sensientium », Berkeley et Stuart Mill n'admettent ni la matière ni la substance des corps et nient l'existence absolue d'un monde externe. D'après la théorie immatérialiste de Berkeley, l'étendue, le mouvement et la matière ne sont que des idées, qui, à raison de leurs liaisons constantes entre elles et avec tout l'ensemble des phénomènes de l'univers, constatent l'existence des esprits individuels qui en ont des perceptions semblables et, celle de l'esprit universel ou Divin.

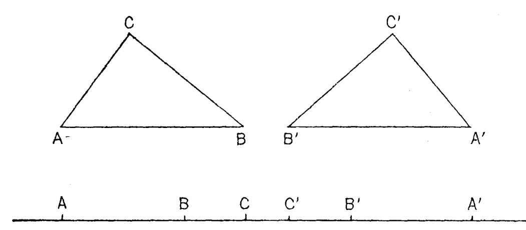
Ces conclusions, il est intéressant de le remarquer, sont absolument conformes aux conséquences de l'hypothèse faite; les esprits individuels et l'esprit universel, représenteraient alors les êtres des espaces supérieurs.

C. *Figures semblables*. — Dans un monde surface, il existe certaines figures dont il n'est pas possible de démontrer l'égalité, parce qu'on ne pourrait pas les amener à coïncider, bien que toutes leurs parties soient égales 2 à 2.

Prenons, comme exemple, les deux triangles

Hosted by Google

ABC, A'B'C; les côtés sont égaux, AB = A'B',



BC = B'C', AC = A'C'. L'être du monde plan verra deux triangles de formes distinctes, symétriques seulement et non égaux, quoique ayant toutes leurs parties égales deux à deux, côtés, angles, surfaces.

En réfléchissant à la question, il pourrait remarquer que dans un espace à une dimension, sur une ligne, une difficulté analogue se présenterait. Soient sur cette ligne, les segments ABC, A'B'C' qui sont égaux dans toutes leurs parties, AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'; cependant ces deux systèmes ne pourraient être amenés à coïncider point par point, que par un mouvement de rotation les faisant sortir de l'espace linéaire, en rabattant A'B'C' sur ABC, ce qui paraîtrait impossible à celui qui n'aurait que la notion de cet espace linéaire AA'.

Hosted by Google

De même pour les deux triangles du plan; avant d'être amenés à coïncider par un glissement, l'un d'eux devrait d'abord tourner hors du plan, autour d'un de ses côtés ; mais l'être plan ne peut avoir aucune idée de la possibilité de ce mouvement, qui devrait se produire en dehors de son monde surface. L'idée de rotation autour d'une ligne du plan, quoique pouvant venir à son esprit, par suite de la comparaison avec l'espace linéaire AA′, n'a donc pour lui aucune signification précise. Remarquons qu'il en serait à peu près de même, pour un enfant commençant la géométrie plane, auquel on ne montrerait pas ce mouvement de rotation de l'une des figures ; il admettrait que ces deux figures ne sont pas rigoureusement égales.

Il se présente aussi pour nous plusieurs cas de figures ayant toutes leurs parties égales, bien que nous paraissant seulement symétriques.

Deux triangles sphériques peuvent avoir tous leurs éléments égaux deux à deux, sans être pourtant superposables ; de même deux tétraèdres, etc. Deux spirales peuvent avoir tous leurs éléments égaux respectivement, mais si l'enroulement est fait dans l'une de gauche à droite, dans l'autre

Hosted by Google

de droite à gauche, il ne sera pas possible de leur faire occuper le même emplacement dans l'espace.

Enfin dans le corps humain, les parties symétriques, comme la main droite et la main gauche, par exemple, sont égales (en négligeant les différences accidentelles), mais ne pourraient cependant pas être amenées à coïncider.

Lorsque nous nous regardons, ou regardons un objet dans une glace, l'objet et son image sont semblables d'apparence mais non identiques, et ne pourraient, par un changement de position quelconque dans notre espace, être rendus tels et aptes à coïncider en tous leurs points, car ce qui est à droite sur l'objet, est à gauche sur l'image, et inversement ; la main droite par exemple est vue à gauche dans la glace, et toutes les apparences sont ainsi renversées.

Donc, comme le pensait Kant, la situation réciproque des éléments des corps dans l'espace ne suffit pas à déterminer leur forme, et l'espace peut avoir sa réalité propre indépendamment de la matière qui le remplit.

La symétrie de deux figures, égales et non superposables sur un plan, implique un retourne-

Hosted by Google

ment autour d'une ligne de ce plan, dans l'espace à 3 dimensions, donc une dimension supplémentaire à celles du plan ; de même la symétrie de deux corps égaux et non superposables dans l'espace à 3 dimensions, implique le retournement autour d'un plan de cet espace, retournement qui ne peut s'effectuer que dans un espace à 4 dimensions au moins.

Devons-nous être amenés à penser, d'après les considérations qui précèdent, que toutes ces figures pourraient être amenées à coïncider par une rotation, non plus autour d'une droite, mais autour d'un plan, en effectuant alors ce mouvement dans le 4e espace ? Nous n'avons aucune idée d'une telle rotation, qui pour nous ne représente rien, mais théoriquement, cependant, elle s'est accomplie pour l'objet vu dans la glace. Afin de rendre l'image rigoureusement égale à l'objet, il faudrait pouvoir la faire tourner de nouveau autour d'un plan.

Ce fait de l'image inversée d'un objet vu dans une glace, semble fort simple et tout naturel, par suite de l'habitude que nous en avons : on ne prend généralement pas même la peine d'y porter son attention, et les traités de physique en donnent

Hosted by Google

une explication qui paraît au premier abord si probante, qu'on s'en déclare aussitôt satisfait.

Cependant, si l'on veut bien y réfléchir, cette explication, basée sur l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, n'est qu'une pure construction géométrique qui constate seulement le fait, sans en rendre compte en réalité ; c'est une démonstration à posteriori, basée sur cette symétrie que nous constatons, sans en connaître la cause ; de même nous ne savons pas, réellement, pourquoi notre rayon visuel semble traverser la glace et voir derrière elle le même aspect qui est devant, mais inversé, comme s'il y avait eu rotation réelle autour d'un plan.

On peut essayer de se figurer ce mouvement, en prenant un gant, celui de la main droite, par exemple et le retournant : il devient ainsi apte à recouvrir la main gauche, mais on n'a obtenu qu'une apparence, non exacte, du mouvement, car la surface extérieure du gant est venue à l'intérieur et inversement, alors que ces surfaces n'auraient pas dû changer de place. On pourrait de même, dans le plan, rendre les deux triangles rigoureusement égaux, en supposant l'un deux A'B'C' ouvert en l'un des points de son contour

Hosted by Google

A′, par exemple, et faisant tourner dans le plan les côtés A′B′, A′C′, autour des points B′,C′. Mais comme pour le gant, la partie interne des lignes est venue à l'extérieur.

Le mouvement autour d'un plan est donc irréalisable pour nous, au même titre que le serait, pour un être plan, le mouvement autour d'une droite; mais ce qui est irréalisable matériellement n'est pas nécessairement impossible à concevoir pour l'esprit ; nous devons croire qu'en cela notre action est simplement limitée par les possibilités du monde actuel, et la pensée peut s'élever, au-dessus de la matière, vers les vues plus élevées des espaces supérieurs.

D. *Hypothèse de l'éther.* — Reprenons l'hypothèse du monde surface à deux dimensions, analogue au nôtre pour les diverses manifestations de l'énergie, gravitation, chaleur et lumière ; les êtres qui l'habitent, tout en ne se rendant pas compte de l'existence de la surface, ne pourront faire autrement que d'admettre la nécessité d'un milieu élastique et résistant pour leur transmettre, ainsi qu'à leur matière, l'action des diverses forces. Le raisonnement les convaincra que le vide absolu est impossible dans leur espace, qu'un

Hosted by Google

certain milieu, probablement matériel, doit exister partout entre les différents astres et pénétrer même tous les corps matériels, pour transmettre l'énergie.

Cependant ce milieu ne ressemble à aucune autre substance qu'ils peuvent connaître, il n'a pas de poids, et n'oppose aucun obstacle soit à la transmission des vibrations, soit au mouvement des corps, il doit être à la fois infiniment résistant, souple et mobile ; mais d'autre part, il est non moins évident pour eux, qu'aucun milieu résistant ne les entoure et ne les relie aux autres astres.

L'explication de ces conclusions contradictoires ressort de ce fait, inconnaissable pour eux, que leur monde repose, dans le sens d'une troisième direction, sur une surface à la fois élastique et rigide, qui lui sert de support et transmet toutes les vibrations. Si l'être vivant sur la surface pouvait avoir l'idée de la troisième dimension, il arriverait ainsi à comprendre plus justement les conditions de son existence.

Ce qui se passe pour nous dans notre monde est tout à fait analogue. Nous sommes bien forcés, ainsi que nous l'avons vu, d'admettre l'existence d'un milieu élastique et résistant qu'on a appelé

Hosted by Google

l'éther, pour transmettre l'énergie sous ses diverses formes ; ses propriétés sont semblables à celles de la surface envisagée, et semblable est notre ignorance absolue de sa nature réelle ; il remplit tout l'espace et pénètre même les corps matériels, recevant et transmettant, par ses vibrations incessantes, les différents modes de l'énergie : cependant il est invisible et impondérable. Faut-il croire qu'il est en quelque sorte le support à trois dimensions de notre monde, puisqu'il est en contact avec lui dans toutes ses parties ?

Ce monde serait alors comme placé sur l'éther qui, par une quatrième dimension excessivement petite, pourrait pénétrer toute la matière et servirait d'enveloppe au 4ᵉ espace. Tous les mouvements matériels selon les trois dimensions de ce support sont libres et perceptibles, au moins dans leurs effets, mais la 4ᵉ dimension, qui correspondrait à son épaisseur, reste inconnue ; nous ne pouvons y observer avec nos sens aucun mouvement, bien que nous comprenions que les vibrations de l'éther soient incessantes, et la forme même de toute énergie. Cette idée de l'éther, hypersurface à 3 dimensions, support du monde matériel, sera développée au chapitre suivant.

Hosted by Google

E. *Espaces clos.* — Sur une surface, une figure fermée, un carré par exemple, est un espace clos de toutes parts ; l'être plan ne pourrait y entrer ou en sortir que par une ouverture sur le pourtour ; de même dans une chambre entièrement fermée, nous ne pouvons entrer ou sortir que par une ouverture faite à travers l'un des murs, la toiture ou le sol, mais nous pouvons pénétrer dans la figure plane ou en sortir, voir aussi ce qui se passe à l'intérieur sans tenir compte des côtés, grâce à la troisième direction, inconnue de l'être plan.

Il en serait de même, à notre égard, pour un être supérieur de 4e espace, puisqu'il serait censé pouvoir faire usage de la 4e direction qui nous est inconnue ; il pourrait donc voir, pénétrer et apparaître, à l'intérieur d'une pièce close de toutes parts, sans avoir passé par aucune de ses faces. Nous sommes ainsi, par rapport aux figures planes, comme l'être du 4e espace serait, par rapport aux solides de notre espace.

On aura une idée approchée de cette manière d'être, en regardant la projection sur un plan d'un corps, tel qu'un cube, par exemple ; la même face paraîtra tantôt en avant, tantôt en arrière de

celle qui lui est parallèle, l'aspect de la figure varie, de sorte qu'on peut voir la partie externe ou la partie interne d'une même face, la vue arrivant à pénétrer la figure plane par une direction qui est en dehors d'elle. De même en regardant la projection d'un tétraèdre sur le plan d'une de ses faces le sommet opposé paraîtra tantôt en avant et tantôt en arrière, il a donc, en quelque sorte, tourné autour du plan, mais sans qu'on puisse dire cependant qu'il l'ait traversé.

Si la 4e dimension pouvait devenir perceptible aux sens, on verrait derrière un obstacle, un mur par exemple, mais sans que le regard le traverse suivant une direction actuellement connue ; de même un être plan, s'il lui était possible de s'élever selon la 3e direction, verrait derrière une ligne et à l'intérieur d'une figure de la surface. On pourrait ainsi voir et toucher chaque partie d'un solide sans passer par les parties adjacentes, la vue agirait non pas seulement en surface, mais en profondeur, et par une direction différente ne se confondant pas avec les trois dimensions de la matière. Cette direction est peut-être celle que suivent les rayons X qui pénètrent à l'intérieur des corps ; mais nous ne pouvons naturellement

Hosted by Google

observer que les surfaces internes qu'il permettent de découvrir.

Elle est peut-être aussi celle suivie pour sa propagation, par la force de la gravitation, qui pénètre tous les corps sans que son action soit affaiblie par eux. La transparence absolue des corps à la gravitation doit faire penser en effet que cette force se transmettrait bien selon une 4e direction, car son action, se propageant selon l'une des 3 directions matérielles, rencontrerait toutes les particules du corps avant d'arriver, soit à l'intérieur, soit à la partie opposée, et serait diminuée, ou tout au moins retardée dans quelque mesure, et pour certains corps, plus que pour d'autres. Or il n'en est pas ainsi, et il résulte de toutes les expériences, que l'action de la pesanteur est exactement la même pour tous les corps, dans toutes les conditions, qu'elle agit à la même distance en raison des masses seulement.

On voudra peut-être objecter l'invraisemblance d'un être doué des facultés de l'espace à quatre dimensions, mais il importe de laisser ici de côté toute considération dérivée de l'idée de matière, et de se demander si cet être ne pourrait pas être plutôt comparable à cette faculté immatérielle qui

Hosted by Google

est en nous, âme, raison ou intelligence, comme on voudra l'appeler, par laquelle la pensée ne connaît ni obstacles ni distances. Si profonde soit la prison où peut se trouver enfermé un homme, on n'empêchera pas sa pensée de voler au dehors, cependant on ne saurait dire qu'elle ait traversé les obstacles selon l'une des trois directions connues. Nous semblons donc avoir en nous, tout au moins une indication du sentiment de la quatrième direction.

Hosted by Google

CHAPITRE VIII

LE MONDE RÉEL ET L'ESPACE A 4 DIMENSIONS

Sans avoir en aucune manière la prétention d'établir une nouvelle classification, on peut dire cependant que toute science se rapporte aux idées d'espace, de temps, de matière et d'énergie, considérées isolément ou par groupes ; aux idées de matière et d'énergie correspondent la Chimie et la Physique, dont l'ensemble appartient aux sciences d'expérimentation. Les sciences historiques dans leur généralité, ou sciences d'observation, se rapportent à l'idée simple de temps, alors que les sciences mathématiques, ou de raisonnement pur, correspondent à l'idée d'espace.

Le raisonnement, l'expérimentation et l'observation sont ainsi les trois modes d'action permettant de rechercher ce que représentent ces idées ; mis en œuvre simultanément par l'esprit, l'un d'eux tient la place prépondérante dans chacun

Hosted by Google

des trois groupes précédents; ils correspondent aux différentes manifestations de la pensée et nous fournissent une vue approchée de l'Univers. Ces moyens d'investigation à notre portée sont bien différents dans leurs procédés comme dans leurs résultats, c'est pourquoi la précision des sciences qui en découlent doit naturellement s'en ressentir.

L'observation ne donne que des résultats imparfaits, l'élément personnel y tenant une trop grande place ; il en est ainsi, surtout pour les faits correspondant à l'histoire de l'humanité, rapportés par la seule tradition ; aussi a-t-on souvent nié que l'ensemble de ces faits puisse former une science, mais l'histoire du passé des sociétés humaines n'est qu'une très faible partie des sciences historiques, et le raisonnement vient apporter aussi ses résultats, lorsque, pour l'histoire de l'Univers en général, on cherche à déduire ce qui a été de ce qui est.

L'expérimentation donne une base plus large pour la connaissance, avec un commencement d'objectivité, car les impressions ne dépendent plus de l'observateur, elles semblent les mêmes pour tous, dans les mêmes conditions, chaque ré-

Hosted by Google

sultat pouvant être reproduit et contrôlé. Si les sciences expérimentales ne peuvent faire connaître ce que sont réellement les choses, elles donnent au moins la notion de leurs rapports mutuels, et relativement à nous ; c'est ce dernier élément personnel, dont il faudrait toujours chercher à diminuer l'importance, le faisant disparaître autant que possible, pour avoir quelque chance d'arriver à une connaissance plus exacte de ce qui est, et de ce que l'apparence nous cache. L'histoire entière de la science en est la preuve.

Tout ce que nous voyons ou sentons est relatif à la manière d'être de nos organes, ce n'est en quelque sorte qu'apparence ; l'observation et l'expérimentation nous laissent forcément dans cette dépendance personnelle, plus ou moins marquée. Le raisonnement pur, au contraire, peut se placer suffisamment en dehors de toute préoccupation subjective, pour fournir des résultats exacts ; c'est pourquoi les sciences fondées sur la seule raison sont réellement supérieures à toutes les autres, pour celui qui veut bien voir avant tout, dans l'homme, l'être doué de la faculté de penser et de comprendre.

Par elles on peut arriver, il est vrai, à des con-

Hosted by Google

ceptions qui semblent en opposition avec les données des sens, mais faudrait-il donc avoir davantage confiance en la sensation qu'en la raison ? Si la compréhension de l'espace nous est donnée par la géométrie, pourquoi chercher à limiter les résultats que cette science nous procure et prétendre rejeter leurs conséquences ?

La géométrie euclidienne conservera toujours sa valeur pratique, parce qu'elle est conforme à notre expérience (maintenue dans ses limites vraies), par conséquent plus simple et plus commode ; mais avant d'en déduire, comme on prétend le faire, la notion d'espace, il convient d'observer qu'elle n'est qu'un cas limite et de transition entre deux autres espèces de géométrie, relatives à des espaces de moindre ou de plus grande courbure, également possibles et admissibles par la raison.

La notion d'espace, telle qu'elle est généralement admise, est purement idéale et conventionnelle, elle n'est même pas conforme à notre expérience, dont la limitation, comme on l'a fait voir, nécessiterait la conception d'une courbure infiniment petite ; si les 3 dimensions au contraire, répondent bien à nos sensations, on doit com-

Hosted by Google

prendre, par cela même, que cette idée ne correspond à aucune nécessité absolue, et nul homme de bon sens n'oserait affirmer qu'elle doit être nécessairement généralisée même au delà des limites de la sensation, dans l'excessivement petit ou l'excessivement grand, où l'expérience directe sera toujours impuissante.

On objectera que la théorie de l'hyperespace ne devrait pas sortir du domaine abstrait, car nos sens ne nous permettront jamais de dépasser la simple notion de l'espace à trois dimensions, qu'on ne saurait donc, en aucune façon, accorder aux espaces supérieurs, la réalité appartenant seulement à cet espace au milieu duquel nous vivons. Dans un ordre d'idées analogue, la rotation de la terre paraissait aussi autrefois une absurde rêverie, contraire aux témoignages des sens, à l'évidence même, à tous les principes admis ; si cette idée souleva d'abord une telle opposition et de telles colères, c'est que bien des gens se figuraient sans doute par effet de la routine, que tout allait en conséquence subir un bouleversement semblable dans les choses comme dans les idées : mais les conditions subjectives de l'existence restent les mêmes, rien n'est changé dans le monde

Hosted by Google

matériel, tout continue à se passer comme si la terre était immobile. Il en serait exactement de même s'il était prouvé que l'étendue possède plus de 3 dimensions, avec ou sans courbure ; cela ne changerait en rien nos sensations et notre manière d'être, mais, si ce qui peut sembler aujourd'hui une utopie venait à être prouvé, il en résulterait sans doute pour la conception de l'Univers, des modifications comparables à celles qui se sont produites sous l'influence de la pensée de Copernic.

L'hyperespace, même démontré, restera toujours inaccessible à nos sens, car toute connaissance n'est jamais que relative ; s'il en est ainsi dans le domaine matériel, le plus propice à l'investigation, à plus forte raison il en sera de même en dehors de celui-ci. Les choses ne peuvent nous être connues en elles-mêmes, mais seulement par leurs relations avec nos organes d'abord, car nous n'observons jamais que nos propres sensations, de plus par leurs relations entre elles et avec les idées ; ces rapports constituent pour nous leurs propriétés ou leurs qualités. L'étendue, le poids, la résistance des corps, sont toujours relatifs à ces mêmes propriétés dans d'autres objets pris comme comparaison.

Hosted by Google

Toutes les qualités qui peuvent nous sembler indépendantes, sont relatives à l'organe qui les perçoit, nous ne les connaissons que par cette perception. Les propriétés de la lumière, par exemple, telles que nous les concevons, ne se rapportent pas à la nature même de ce phénomène, mais à son action sur l'organe de la vision, de sorte que, comme il a été prouvé depuis longtemps, les couleurs n'existent pas, en dehors de l'œil qui les perçoit comme impressions lumineuses, le phénomène même de la lumière est essentiellement différent de ce que nous l'imaginons. Nous ne connaissons donc pas, et ne pouvons pas connaître les choses telles qu'elles sont réellement, en dépit de l'opinion vulgaire qui voudrait identifier le fait avec le réel.

Cette relativité de la connaissance dépend bien de l'état de nos sens et, en ce qui concerne particulièrement les dimensions de l'espace, il est contraire à toute logique, de croire que cette limitation à trois dimensions serait absolue, alors que seulement la relation de nos organes peut nous la faire admettre.

4e *Dimension.* — L'idée de la 4e dimension se trouve bien en dehors de la réalité sensible, mais

ce n'est pas une raison suffisante pour la repousser ; nos sens ne nous interdisent-ils pas, absolument de même, la connaissance de l'atome et de l'éther, ou même la connaissance des agents de certains phénomènes existants, comme l'électricité ou le magnétisme, qui ne peuvent nous être révélés que par leurs manifestations sensibles. Le besoin de connaître et de comprendre, qui est dans l'homme le signe même de son intelligence, l'a toujours incité à s'élever au-dessus du réel sensible, à demander à sa raison ce que ses sens lui refusaient, car ce monde de l'inconnaissable, qui l'entoure de toutes parts, répond aux besoins les plus intimes et les plus impérieux de sa nature morale.

C'est pourquoi ont été imaginées les hypothèses et les théories dont la science ne peut se passer : elles vont toujours au delà des données du sensible ; si elles pouvaient y atteindre elles arriveraient dans le domaine des faits ; elles sont invérifiables et quelquefois en contradiction avec d'autres faits admis.

Si les explications adoptées en se limitant aux 3 dimensions sensibles sont cependant insuffisantes, et par certains détails inadmissibles, si elles peuvent au contraire, s'accorder et se véri-

fier au moyen d'une nouvelle hypothèse, telle que celle de la 4e dimension, celle-ci trouvera par là même sa justification.

La 4e direction, bien qu'elle nous soit inaccessible, ne doit être cependant regardée en aucune façon comme différente des 3 autres ; elle leur est analogue ; si elle venait à apparaître dans l'espace, elle serait semblable à toute autre direction connue ; si nous la supposons reliée à un solide à 4 dimensions, animé d'un mouvement à travers notre espace, une des dimensions quelconques de ce solide restera toujours dans le 4e espace, et pour nous invisible, la matière ne se manifestant jamais à nous qu'avec ses 3 dimensions, c'est-à-dire que si la 4e direction vient à être perçue, une autre des dimensions disparaît, car nous n'en pouvons percevoir que 3 au plus. Cette idée d'un solide matériel à plus de 3 dimensions peut être considérée comme théorique, elle n'a été émise que pour faciliter l'explication de la 4e dimension, de même qu'il a été fait précédemment à l'égard du monde surface, en le matérialisant pour ainsi dire.

Il est cependant possible, comme il a été dit, de concevoir les formes des corps à plus de 3 di-

Hosted by Google

mensions, de connaître même le nombre de leurs sommets, arêtes, faces, etc., mais si on arrive ainsi à la conception de l'espace supérieur, les corps considérés n'en restent pas moins, en tout état de choses, de pures abstractions géométriques, comme le sont les figures planes sans épaisseur qu'il est pourtant possible de tracer et de représenter.

Les derniers éléments des corps, ou les atomes, paraissent avoir une 4ᵉ dimension excessivement petite, selon laquelle ils peuvent s'unir pour former les diverses molécules; celles-ci, assemblées entre elles selon les 3 dimensions connues de notre espace, composent les corps matériels, qui n'apparaissent ainsi qu'avec leurs 3 dimensions extérieures. La comparaison la plus juste, et la plus conforme à la réalité, consiste à se représenter l'espace à 3 dimensions, par rapport au 4ᵉ espace, tel que se trouve un plan, relativement au 3ᵉ espace. Il faut donc penser, à tous les points de vue, que notre relation avec cet univers plus vaste devrait être exactement la même, que serait celle de l'être supposé vivant sur une surface, avec le monde à 3 dimensions; une surface est en effet une tranche infiniment mince de

l'espace à 3 dimensions, et celui-ci est absolument tel relativement à la 4ᵉ direction, par conséquent dans un espace à 4 dimensions.

Comme un être confiné sur un plan, mais qui serait arrivé à concevoir que cette surface n'est pas seule existante et doit faire partie d'un espace plus complet, nous pouvons concevoir par la pensée une nouvelle direction, inconnue à nos sens, s'étendant à partir de chaque point, analogue aux directions connues et perpendiculaire à celles-ci ; une droite perpendiculaire à un plan ou à un espace, l'est en effet aussi à toutes les droites de ce plan ou de cet espace.

Trois droites perpendiculaires entre elles représentent nos trois directions connues ; la 4ᵉ est perpendiculaire aux 3 premières. De chaque particule de la matière, c'est-à-dire de chaque atome, on supposera donc une nouvelle direction très petite suivant laquelle les atomes de la matière peuvent s'assembler pour former les molécules ; c'est selon cette direction que chaque molécule matérielle reposerait sur ce fluide élastique inconnu, appelé éther, qui semble remplir tout l'espace et sert en quelque sorte de support à 3 dimensions à tous les corps ; il faut bien en effet qu'il soit en

contact intime avec toutes les molécules pour leur communiquer les diverses manifestations de l'énergie. Il se trouverait donc, relativement à nous, dans le sens de la 4e dimension, normale à toutes les directions connues, c'est-à-dire existant partout, mais hors la sensation, et c'est pourquoi nous ne pouvons le connaître, bien que sa réalité s'impose comme nécessaire et que les propriétés qu'il doit posséder nous paraissent contradictoires. L'existence de cette hypersurface (ou éther) ne peut être connue qu'indirectement et par le raisonnement seul, car ce support du monde matériel ne se trouve dans aucune des directions qui nous sont habituelles ; de plus, comme il est continuellement en contact avec toute molécule matérielle qui peut glisser sur lui sans effort, il ne se révèle à nous par rien de sensible.

S'il n'est pas possible de figurer la 4e dimension, on doit tout au moins en admettre la possibilité, lorsqu'on peut concevoir qu'un corps occupe exactement le même emplacement spatial qu'un autre corps, comme dans la combinaison chimique, ou le même emplacement qu'une autre entité existante, ou supposée telle, comme l'éther ou même l'espace. Pour tous ceux qui admettent

Hosted by Google

l'hypothèse de l'éther, ou même la réalité de l'espace, cet éther ou cet espace existent partout, sans qu'il soit possible de concevoir un endroit où ils ne sont pas ; à l'emplacement où existe un corps, l'éther ou l'espace considéré comme réel, n'en existent pas moins.

L'éther, d'après l'hypothèse même qui a fait admettre son existence comme nécessaire, pénètre absolument tous les corps jusque dans leurs derniers atomes ; il doit être partout, en dehors comme au dedans, sans qu'il soit possible, comme pour l'espace lui-même, de supposer un endroit où il n'existe pas. Occupant ainsi le même emplacement que toute particule matérielle, il faut que la superposition ait lieu suivant une direction indépendante des trois directions connues ; c'est-à-dire que l'éther, dont la conception doit se confondre d'ailleurs avec celle de l'espace, sert en quelque sorte de support aux corps selon la 4e dimension.

L'idée de la 4e dimension de l'espace a pu déjà être admise, au moins à titre d'hypothèse, par quelques savants, elle permet en effet de résoudre certaines contradictions dans les théories de l'éther et des atomes. Dans le dernier chapitre de son ouvrage : *Récréations et problèmes mathématiques*,

Hosted by Google

M. Rouse Ball résume les principales hypothèses sur la matière et sur l'éther, dont plusieurs supposent, explicitement ou non, une 4e dimension de l'espace. Selon son opinion, fondée sur des considérations de physique mathématique, l'attraction qui s'exerce entre deux particules matérielles pourrait très bien s'expliquer, en supposant que toutes deux reposent sur un corps homogène, élastique, capable de transmettre l'énergie, comme il en serait si notre univers à 3 dimensions reposait dans la direction d'une 4e dimension sur un corps à 4 dimensions élastique et homogène, auquel on pourrait donner le nom d'éther, et dont l'épaisseur selon la 4e dimension serait très petite et constante.

Transmission de l'énergie. — Si on admet l'hypothèse de la 4e dimension et qu'on en cherche les conséquences, l'éther supporte toute portion de matière sur sa surface élastique, hypersurface à 3 dimensions, servant de limite à un espace à 4 dimensions ; il reçoit et transmet toutes les vibrations qui se manifestent par les différentes formes de l'énergie, et se propagent avec une intensité décroissante comme le carré de la distance au centre de vibration, la vitesse de ces vibrations

restant constante. On doit donc supposer, soit : qu'aucune énergie ne se perd selon la 4e direction, au moins dans les limites que nous pouvons connaître ; soit : que les forces n'emploient pour se transmettre que 3 directions à la fois, car si elles se propageaient selon les 4 directions, elles décroîtraient comme le cube de la distance.

Dans le premier cas, les vibrations continuelles et excessivement rapides de l'éther, permettant à l'énergie de se transmettre à tous les corps, se produiraient suivant la 4e direction. Ces vibrations ne sont perceptibles aux sens que par leurs effets seulement ; elles seraient transmises, et parviendraient ainsi, dans cette 4e direction, aux particules matérielles, pouvant ensuite s'étendre et se transformer dans les trois autres directions, pour se manifester à nos sens sous les différentes formes connues, chaleur, lumière, etc. On peut les comparer aux mouvements vibratoires produits par la chute d'un corps dans une eau tranquille ; les rides circulaires se transmettent de proche en proche, elles consistent en une élévation ou un abaissement des molécules perpendiculairement à la surface, mais sans déplacement de ces molécules par rapport au centre ; les mouvements vibratoires

Hosted by Google

des ondes lumineuses ou calorifiques pourraient ainsi se faire dans le sens de la 4e direction, tandis que la propagation a lieu dans l'espace à 3 dimensions.

Dans le second cas, les 4 directions permettent de former 4 groupes distincts pour la propagation des forces selon 3 directions indépendantes ; l'un de ces groupes représenté par les 3 directions connues pourrait être relatif à la lumière dont la transmission est perceptible par les sens ; mais à l'un des 3 groupes dont fait partie la 4e direction inconnue, appartiendrait la propagation de la force de gravitation que nous subissons sans qu'elle soit perceptible aux sens autrement que par ses effets, et sans que nous puissions en mesurer la vitesse qui nous semble infinie.

La force de la pesanteur (ou la gravitation) se transmet en effet à travers tous les corps matériels, sans être aucunement arrêtée ou diminuée par eux, elle agit, théoriquement au moins, selon la 4e dimension, pouvant par son intermédiaire, communiquer ses vibrations sans passer par les directions connues. Les corps sont absolument transparents aux mouvements de l'éther selon la 4e direction ; un être du 4e espace, pouvant

Hosted by Google

faire usage de cette direction, comme il a été dit au chapitre précédent, verrait tout l'intérieur des corps, ainsi que nous voyons dans un plan l'intérieur d'une figure plane, sans avoir recours aux deux dimensions de la surface, et sans être arrêtés par les côtés de la figure, qui seraient un obstacle cependant pour l'être plan ; une ligne extérieure à l'espace à 3 dimensions ne peut en effet traverser celui-ci qu'en un point unique.

On admet souvent que les atomes matériels sont animés les uns par rapport aux autres de mouvements analogues à ceux des astres ; en supposant les orbites décrits par eux, situés dans un plan dont l'une des dimensions serait en dehors de notre espace, ces mouvements tourbillonnaires ne se manifesteraient à nous que comme phénomènes de vibration, et cette théorie se confondrait avec celle des mouvements vibratoires des atomes.

Pour essayer d'expliquer la gravitation, on peut aussi penser que tous les corps étant comme plongés dans le fluide-éther, qui les pénètre entièrement, celui-ci exerce sur eux une pression les poussant l'un vers l'autre. Si le fluide n'agissait qu'à l'extérieur des corps, la pression serait

Hosted by Google

proportionnelle aux surfaces[1]; s'il agissait aussi à l'intérieur en pénétrant les corps par les 3 directions connues seulement, la pression serait proportionnelle aux volumes[2] : mais se trouvant en contact avec les derniers atomes, il agit sur ceux-ci par les 4 directions, c'est-à-dire qu'il agit sur toute la quantité de matière, son action doit être ainsi, comme c'est le cas, proportionnelle aux masses. La masse d'un corps est représentée par son poids, qui est le produit du volume, ou étendue apparente dans l'espace, par la densité; le volume est fonction des trois dimensions connues, la densité tient ici la place de la 4e dimension, elle est la somme des poids moléculaires (4e dimension relative), de toutes les molécules.

S'il était possible de connaître la véritable étendue des corps, ou tout au moins la proportionnalité de l'étendue vraie pour les différents corps, la densité nouvelle, ainsi obtenue, représenterait la 4e dimension. On a pu arriver à cette même conclusion au chapitre VII en ce qui concerne les

1, Transmission des pressions en hydrostatique (presse hydraulique).

2. Force ascentionnelle d'un gaz proportionnelle au volume (aérostats).

Hosted by Google

gaz, partant d'un point de vue différent : il est admis, en effet, que les distances entre les particules gazeuses sont les mêmes, et ne dépendent que de la température et de la pression ; les volumes des différents gaz sont ainsi, à la même température et à la même pression, proportionnels au nombre des particules, c'est-à-dire à la densité qui représenterait bien la 4e dimension.

Pour les liquides et les solides, le nombre relatif des molécules dans un même volume est le quotient de la densité par le poids atomique. Si les molécules étaient condensées de la même manière, c'est-à-dire dans le même volume en nombre égal pour tous les corps, le poids atomique représenterait la densité et serait réellement la mesure relative de la 4e dimension ainsi rendue apparente aux sens par le poids même des corps.

Cette théorie se trouve aussi confirmée par ce fait que les propriétés des dissolutions extrêment diluées sont analogues à celles des gaz parfaits, et qu'il est possible de déterminer ainsi les poids moléculaires des corps dissous. Voici donc des solides eux-mêmes (sels dissous) ramenés à la loi générale ; lorsque le volume de liquide qui leur est offert pour leur dissolution est suffisamment grand, ils

Hosted by Google

semblent, comme les gaz, se diffuser selon les 3 directions au détriment de la 4ᵉ dimension qui prend alors une épaisseur proportionnelle à celle de la molécule ; dans les mêmes conditions, les sels en dissolution très diluée, comme les gaz, ne diffèrent entre eux, au point de vue physique, que par l'épaisseur de leur 4ᵉ dimension ; la pression osmotique de la dissolution joue ici le même rôle que la pression pour les gaz.

Divisibilité de la matière. — Les diverses parties de la matière ont la faculté de se mouvoir librement dans les trois directions, sur cette sorte d'enveloppe excessivement mince selon la 4ᵉ dimension, qu'on a nommée l'éther ; les atomes des corps auraient également une 4ᵉ dimension excessivement petite, et pourraient se grouper selon la 4ᵉ dimension ou suivant les 3 autres ; ces divers assemblages donnant leurs propriétés différentes à certains corps de composition analogue.

Il s'ensuivrait que la matière pourrait être ainsi considérée comme divisible à l'infini, ainsi qu'on a souvent voulu le soutenir, bien que formée en même temps d'atomes indivisibles. Si nous partageons, en effet, un corps selon l'une des dimensions connues, nous pourrons théorique-

Hosted by Google

ment continuer cette division à l'infini ; comme, par exemple, divisant un corps par tranches, nous n'arriverions jamais à ne trouver que des surfaces, de même la surface ne donnerait jamais la ligne, ou la ligne ne donnerait jamais le point, comme résidu des divisions successives. De même pour le corps ou la molécule à 4 dimensions, le résidu théorique, limite de la division à l'infini, serait le corps à 3 dimensions. En supposant donc même la division indéfinie, il resterait toujours un corps à 3 dimensions au moins, véritable atome simple ou dernier atome de la matière, probablement unique, dont la diversité apparente s'expliquerait par les différentes condensations ou les différents groupements selon les 4 dimensions possibles.

Conclusion. — On a cherché, dans les lignes qui précèdent, à examiner la théorie de l'hyperespace autant que possible sous toutes ses faces et avec toutes ses conséquences ; si l'on veut avoir en effet sur ce sujet une opinion raisonnée, ce n'est pas en niant de parti pris et sans examen, en fermant les yeux volontairement, que l'on peut espérer arriver à la connaissance de la vérité. Les résultats auxquels nous sommes arrivés sont les suivants :

Hosted by Google

La sensation semble nécessiter la limitation de l'espace à trois dimensions seulement, mais le raisonnement montre que cette conception, pour notre espace sensible même, n'est pas exacte et impose tout au contraire l'idée d'une 4e dimension excessivement petite ajoutée à ses trois dimensions apparentes (Ch. III).

Si même cette dimension supplémentaire était comparable aux trois autres, si encore notre espace avait une courbure réelle (Ch. IV), il ne serait pas possible de s'en rendre compte, par la sensation, puisque seuls les corps matériels avec leurs trois dimensions sensibles nous mettent en relation avec l'espace (Ch. VI).

Cependant, que l'on considère l'espace comme idéal, ou bien comme réel, la nécessité d'une dimension supplémentaire ressort également de l'une ou l'autre de ces deux conceptions ; dans le premier cas, le temps semble jouer effectivement le rôle de la 4e dimension (Ch. V) ; dans le second cas cette dimension, excessiment petite, est celle suivant laquelle les dernières particules des corps s'unissent entre elles et reposent sur l'éther, support à 3 dimensions de notre univers (Ch. VI et Ch. VIII).

Hosted by Google

Si dans les corps matériels inorganiques, cette 4e dimension qui n'appartient qu'à l'atome ou à la molécule, ne se révèle pas directement aux sens, en raison de son extrême petitesse, il en est autrement pour les corps organisés ; là en effet, nous trouvons, non plus seulement une symétrie relative à un ou plusieurs axes, mais une symétrie comme par rotation autour d'un plan (mains droite et gauche, Ch. VII) qui ne peut s'expliquer qu'en faisant intervenir la 4e dimension. Les êtres vivants présentent dans leur apparence une symétrie latérale droite et gauche, sans superposition possible, devant faire penser que les phénomènes de la vie ont un rapport de quelque sorte avec cette direction inconnue à la sensation, car nul mouvement dont nous pouvons avoir le sentiment dans notre espace n'arriverait à en donner l'explication.

Toutes ces considérations, qu'on n'a pas cru nécessaire de développer davantage, apportent sinon la preuve évidente de l'existence de la 4e dimension, tout au moins une probabilité très grande en sa faveur ; elles ont eu pour but de montrer que cette hypothèse n'est nullement en désaccord avec les lois physiques admises pour

Hosted by Google

l'explication des phénomènes, et n'est pas plus hasardée en somme que les autres hypothèses scientifiques. Il est bien possible, et même vraisemblable, que de nouveaux faits viendront un jour se rattacher à la théorie de l'hyperespace pour augmenter ainsi son degré de probabilité.

Conséquences métaphysiques. — Il reste cependant à déduire les conséquences d'ordre purement métaphysique, on le fera très brièvement.

Si l'homme, par sa raison, peut s'élever à la conception et à la connaissance des espaces supérieurs, c'est que cette faculté lui permet de franchir les bornes du sensible où il semble se trouver confiné ; c'est une première indication qu'il ne serait pas uniquement et d'une manière absolue un être matériel.

Quelques individus paraissent susceptibles de posséder parfois, à la suite sans doute de modifications particulières et momentanées de l'équilibre nerveux, certaines facultés ignorées, certains privilèges les plus singuliers et les plus inexpliqués.

Ces forces psychiques ont attiré souvent l'attention d'hommes distingués et de bonne foi, en dehors de tout parti pris, de toute idée ou croyance préconçue ; elles semblent ainsi pouvoir être

Hosted by Google

admises au moins comme possibles; il a paru préférable de les mentionner, sans chercher à les discuter ou à les défendre ; si elles étaient prouvées, elles viendraient justifier aussi l'hypothèse des espaces supérieurs.

L'idée de l'hyperespace, bien que n'étant pas dans le domaine du réel pour nous, mais seulement dans celui du possible, ne se trouve cependant pas en contradiction avec la théorie scolastique la plus stricte. M. Lechalas rappelle à ce sujet ce principe de saint Thomas, que Dieu peut tout ce qui n'implique pas contradiction : « Quidquid contradictionem non implicat Deus potest. » « S'il en est ainsi, ajoute-t-il, et nous ne concevons pas comment un philosophe spiritualiste pourrait le nier, les définitions qui ne contiennent aucun élément de contradiction peuvent être incompatibles avec des vérités de fait, pourraient comme telles être repoussées par celui qui accorderait à notre espace une existence nécessaire, mais s'imposent à celui qui ne voit dans notre espace qu'une œuvre de Dieu comme exprimant une possibilité que celui-ci aurait pu tout aussi bien réaliser[1]. »

1. *Etude sur l'espace et le temps*, p. 54.

Hosted by Google

M. H. Laurent pense qu'il n'y a aucune impossibilité à ce que l'espace à 4 dimensions ait une existence réelle; dans un article remarquable sur les principes fondamentaux des connaissances humaines, il émet l'hypothèse suivante : « Le je ne sais quoi, qui n'est certainement pas notre corps, ce qui ne sera pas notre cadavre après notre mort, cette chose qui a de la sensibilité, de la mémoire, de l'intelligence et de la volonté et qui est ce que j'appellerai notre âme, vit peut-être dans l'espace à 4 dimensions : elle agit sur notre corps comme nous agissons sur une feuille de papier que nous faisons glisser sur une table. Rien ne nous empêche d'ailleurs, au moyen d'une fiction, de placer dans un espace à 4 dimensions des choses qui, comme l'âme, ont une existence réelle, sans que nous puissions les trouver dans notre espace cognoscible. Dans l'état de vie, l'âme humaine repose sur notre espace, comme le doigt qui s'appuie sur la feuille de papier pour la faire glisser sur une table ; dans l'état de mort, l'âme cesse de toucher notre espace à 3 dimensions à l'endroit où est notre corps. »

Il doit sembler évident à tous ceux qui admettent la certitude, ou la possibilité d'une vie future,

Hosted by Google

que celle-ci ne saurait tenir place dans un monde matériel, analogue à celui que nous connaissons, dans un espace à 3 dimensions, soumis à tous les phénomènes de la matière et de l'énergie qui lui imposent leurs lois. La notion même d'un autre monde implique que les données, espace, temps, matière, etc., y seront différentes. Les partisans seuls de la métempsycose pourraient être d'un avis différent.

On peut supposer aussi avec M. Hinton[1], et d'accord avec une très ancienne hypothèse idéaliste, que les individus n'ont d'existence que par leurs rapports avec l'espèce : l'humanité formant comme un grand ensemble dont chaque être ne serait qu'un accident particulier qui apparaît pour quelque temps dans notre espace ; telles, par exemple, paraîtraient sur un plan les extrémités des doigts de la main, qui formant des figures absolument distinctes n'en appartiennent pas moins à un même tout. Si nous sommes réellement des êtres d'un espace supérieur, le corps matériel pourrait être considéré comme notre intersection avec cet espace à 3 dimensions, que seul connais-

1. *A new era of thought.*

Hosted by Google

sent les sens ; les phénomènes de la naissance, du développement et de la mort ne seraient que les différentes périodes du passage dans cet espace, de l'être plus parfait que nous serions réellement. Après la mort, la matière reste pour de nouvelles transformations, mais l'être enfin libéré va rejoindre les autres êtres, qui comme lui, ont traversé le monde, et avec lesquels il forme un tout indissoluble, l'humanité, dont il ne serait qu'une manifestation partielle.

Cette idée peut surprendre au premier abord, sembler même une pure utopie, elle serait cependant parfaitement admissible si l'on veut bien se figurer le temps comme la 4ᵉ dimension effective. Si cela est exact ou non, nous l'ignorons, car nous ne pouvons avoir la moindre idée des causes donnant naissance à la succession des phénomènes ; la 4ᵉ dimension attribuée au temps est en tous cas absolument analogue à l'apparence ; nous l'objectivons seulement, pour lui permettre de rentrer dans le domaine sensible, comme on l'a montré au chapitre v.

Le présent est pour nous l'état des différents objets de l'espace à l'instant considéré, il s'écoule et se renouvelle sans cesse et partout, sous l'in-

Hosted by Google

fluence du temps. Les trois dimensions de l'espace font partie de notre intuition externe ; la dimension unique du temps appartient à l'intuition interne ou subjective ; en la réunissant aux trois autres qui sont vues objectivement, nous arrivons à cette intuition de l'Espace-Temps à 4 dimensions, exacte, au moins quant à la traversée de notre espace par l'être conscient.

Si nous sommes bien obligés de tenir compte en quelque mesure de la sensation, ce ne doit pas être pour lui donner toute prépondérance sur la raison ; il ne faut donc pas se confiner exclusivement dans le monde purement matériel, n'envisager que cette petite section de l'espace où nous nous trouvons, commencer par limiter l'univers aux modes d'action insuffisants de nos sens, pour affirmer ensuite qu'il n'existe rien au delà.

Nous n'avons aucune connaissance scientifique de l'existence d'êtres supérieurs à ce que nous sommes ; l'idée de l'hyperespace peut mener cependant à une appréhension de cette sorte ; elle représente, par rapport à notre monde, ce qu'est la raison à l'égard de la matière qui, en limitant nos facultés, nous empêche de voir et de comprendre distinctement l'Univers.

Hosted by Google

Cette idée porte l'esprit vers des conceptions plus hautes, lui laissant entrevoir des possibilités différentes de celles d'un monde purement matériel, dont la probabilité n'est assurément pas plus grande. Elle permet à la raison de franchir les limites de la caverne où nous sommes enfermés, selon l'expression de Platon, ne pouvant apercevoir que les ombres projetées par les objets qu'il nous est impossible de connaître, et lui faisant comprendre que ces ombres doivent avoir une cause réelle en dehors d'elles et de nos sensations.

Hosted by Google

APPENDICE

FORMES RÉGULIÈRES DES ESPACES SUPÉRIEURS

Cet essai pourrait paraître incomplet si, après s'être appuyé sur les théories de la Géométrie à n dimensions, on ne donnait au moins un simple aperçu très élémentaire des procédés et des résultats concernant les formes régulières des espaces supérieurs.

On sait que si dans le plan le nombre des polygones réguliers n'est pas limité, il n'existe, dans l'espace à trois dimensions, que cinq polyèdres réguliers qui sont : le *tétraède,* l'*hexaèdre* ou cube, l'*octaèdre,* le *dodécaèdre* et l'*icosaèdre*.

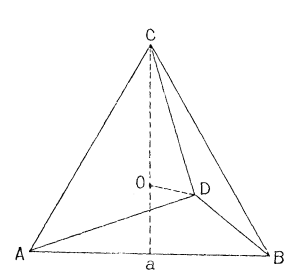
Ces solides, dérivés des figures planes régulières, pourront donner naissance aux formes régulières des espaces plus élevés, en servant d'enveloppe à celles du 4[e] espace.

Une forme régulière complète de l'espace n doit

Hosted by Google

être entièrement limitée par des formes régulières de l'espace ($n-1$), qui sont limitées elles-mêmes par des figures régulières de l'espace ($n-2$), et ainsi de suite, de sorte que les formes régulières du 4ᵉ espace sont limitées par des polyèdres réguliers (3ᵉ espace), ceux-ci par des polygones réguliers (2ᵉ espace) limités eux-mêmes par des lignes égales (1ᵉʳ espace).

Formes régulières dérivées du Tétraèdre. — Les figures les plus simples sont celles qui dérivent du triangle équilatéral dans le plan et du tétraèdre dans l'espace à trois dimensions par une génération similaire.



Partant d'une ligne AB de longueur a, sur le milieu de AB on élève une perpendiculaire, sur celle-ci on choisit un point C tel que $CA = CB = a$, on a le triangle équilatéral. De même du

centre O du triangle ABC on élève une perpendiculaire au plan, sur cette ligne, on choisit un point D tel que $DA = DB = DC = a$, on a le tétraèdre régulier.

Cette construction fournit un nouveau sommet d'où partent des arêtes vers les sommets précédents de la figure de l'espace inférieur; le nombre des sommets sera ainsi de 4, celui des arêtes $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ et chaque arête étant commune à 2 faces limitées par 3 arêtes, le nombre des faces sera $\frac{6 \times 2}{3} = 4$.

Pour obtenir la forme régulière qui correspond au tétraèdre dans l'espace 4, il faut procéder d'une manière analogue à celle par laquelle le tétraèdre a été obtenu du triangle équilatéral. Du centre du tétraèdre supposons une droite dans la 4ᵉ direction, perpendiculaire aux trois autres (de même que la perpendiculaire à un plan l'est également à toutes les droites de ce plan). Si nous ne pouvons pas voir cette 4ᵉ direction ni la représenter dans l'espace, il faut la considérer comme analogue aux trois autres; nous sommes par rapport à elle, comme serait un être ayant la seule notion du

Hosted by Google

plan et ne pouvant se représenter, ni la perpendiculaire à ce plan, ni les figures de l'espace, qu'il pourrait cependant concevoir par leur projection dans le plan et dont il lui serait possible, par le raisonnement, de connaître les propriétés.

Sur cette droite idéale, on choisit un point tel que ses distances aux 4 sommets du tétraèdre soient égales à l'arête a. La 4e direction étant perpendiculaire aux droites qui joignent le centre du tétraèdre aux sommets, et la longueur de ces droites étant moindre que a, un tel point peut toujours être trouvé. En le joignant aux 4 sommets, on obtient la forme T4, dérivée du tétraèdre T3 dans le 4e espace.

On a donc un sommet de plus, soit 5, duquel partent 4 arêtes communes à 2 sommets, le nombre des arêtes sera $\frac{4 \times 5}{2} = 10$.

Ces arêtes étant communes à 3 faces et chaque faces étant formée par 3 arêtes, le nombre des faces sera $\frac{10 \times 3}{3} = 10$.

De chaque face partent deux solides T3, et chacun d'eux est formé de 4 faces, le nombre des solides sera donc $\frac{10 \times 2}{4} = 5$.

Les formes régulières des espaces supérieurs ont été généralement désignés sous le nom de polyèdroïdes : comme pour les polyèdres réguliers, on fait ressortir dans l'appellation, le nombre des figures limites. La forme T4, limitée par cinq solides (tetraèdres), sera donc un *pentaèdroïde*.

Les figures dérivées du tétraèdre, dans les espaces supérieurs à 4, peuvent être déduites d'une manière analogue. On désignera par N_0 le nombre des sommets (espace 0) dans chaque figure, par N_1 le nombre des arêtes (espace 1), celui des faces par N_2 (espace 2), celui des solides à 3 dimensions par N_3, et celui des formes d'un espace quelconque par N_n.

Dans le pentaèdroïde considéré on a obtenu :

$N_0 = 5$, $N_1 = 10$, $N_2 = 10$, $N_3 = 5$, $N_4 = 1$.

Pour Tn, le nombre des sommets augmentant chaque fois d'une unité est :

$$N_0 = n + 1.$$

De chacun des sommets partent n arêtes pour aller rejoindre les sommets de la figure précédente (espace $n - 1$), et ces arêtes sont communes à deux sommets :

$$N_1 = \frac{(n + 1)n}{2}.$$

Hosted by Google

Chaque arête appartient à $(n-1)$ faces, et chaque face est formée de 3 arêtes :

$$N_2 = \frac{(n+1)n(n-1)}{2.3}.$$

A chaque face correspondent $(n-2)$ solides limités par 4 faces :

$$N_3 = \frac{(n+1)\,n(n-1)\,(n-2)}{2.3.4}$$

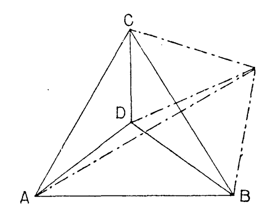
et le terme général Nk sera :

$$N_k = \frac{(n+1)\,n(n-1)\,.\,.\,.\,(n-k+1)}{2.3\,.\,.\,.\,k}.$$

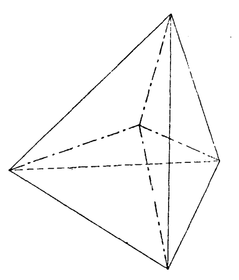
Nombre des sommets, arêtes, faces, etc., des figures dérivées du tétraèdre.

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_n
N_0	2	3	4	5	$n+1$
N_1	1	3	6	10	$\frac{(n+1)\,n}{2}$
N_2	»	1	4	10	$\frac{(n+1)\,n(n-1)}{2.3}$
N_3	»	»	1	5	$\frac{(n+1)\,n(n-1)\,(n-2)}{2.3.4}$
N_4	»	»	»	1	
N_k	»	»	»	»	$\frac{(n+1)n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2.\,3.\,\ldots\,k}$

Hosted by Google



Genèse de la forme régulière du 4ᵉ espace, pentaèdroïde, dérivés du tétraède régulier (les lignes pointillées sont supposées celles du 4ᵉ espace).



Projection de la figure du 4ᵉ espace sur le tétraèdre.
Aspect de la figure de projection du pentaèdroïde.

Hosted by Google

Formes régulières dérivées de l'Hexaèdre gulier. — Considérons maintenant les figu engendrées en partant du carré, et du cube hexaèdre.

Le carré est engendré par une ligne droite qui se déplace parallèlement à elle-même d'u longueur égale à a. Ce carré a^2 se déplaçant da le sens de la 3e dimension, parallèlement à s plan et d'une longueur toujours égale au côté engendre le cube a^3. De même, en déplaçan cube a^3 dans le sens de la 4e dimension perpend culaire aux 3 autres et d'une longueur égale à on obtiendra la figure du 4e espace a^4.

Dans ces formations successives on voit q chaque fois, par le déplacement de la figure, nombre des sommets se trouve doublé. Pour ligne a (1er espace) il était de 2, pour a^2, de 4, pour a^3, de 8.

Si nous appelons H_2, H_3, H_4, . . . H_n les figur correspondantes à l'hexaèdre dans les différen espaces, conservant la notation précédente N N_1, N_2, etc., nous voyons que N_0 étant égal à dans H_3 sera 16 dans H_4, et d'une manière géné rale, pour H_n :

$$N_0 = 2^n.$$

Les sommets dans leur déplacement ont tracé une nouvelle arête qui s'ajoute aux précédentes.

Le nombre des arêtes partant de chaque sommet est de 3 dans H_3, de 4 dans H_4, de n dans H_n. Ces arêtes aboutissent à deux sommets, leur nombre est donc :

$$N_1 = \frac{2^n \times n}{2} = 2^{n-1} \times n.$$

Le nombre des plans communs à chaque arête augmente chaque fois d'une unité, il est donc de $n - 1$, mais chaque face a 4 arêtes, le nombre des faces sera :

$$N_2 = 2^{n-1} \frac{n(n-1)}{4} = 2^{n-2} \frac{n(n-1)}{2}.$$

De même le nombre des volumes communs à chaque plan augmente chaque fois d'une unité ; pour H_3 il était de 1, pour H_n, il est de $(n - 2)$.

Chaque cube est entouré par 6 faces ; donc le nombre des cubes est :

$$N_3 = 2^{n-2} \frac{n(n-1)(n-2)}{2 \times 6} = 2^{n-3} \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$$

et d'une manière générale :

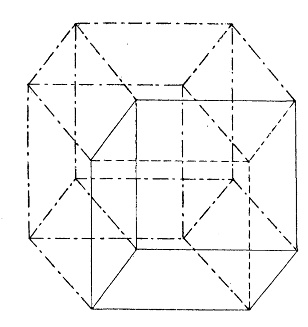
$$Nk = 2^{n-k}\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2.3\ldots k}.$$

Nombre de sommets, arêtes, faces, etc., des figures dérivées de l'hexaèdre.

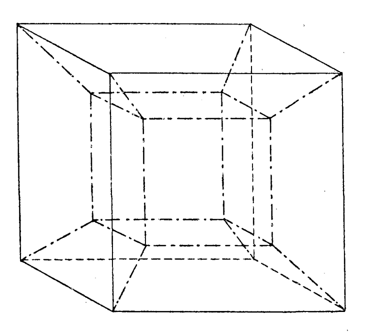
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_n
N_0	2	4	8	16	2^n
N_1	1	4	12	32	$2^{n-1}\times n$
N_2	»	1	6	24	$2^{n-2}\frac{n(n-1)}{2}$
N_3	»	»	1	8	$2^{n-3}\frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$
N_4	»	»	»	1	
N_k	»	»	»	»	$2^{n-k}\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{2.3\ldots k}$

La figure H_4 limitée par 8 solides (hexaèdres) est un octaédroïde.

Hosted by Google



Genèse de la forme régulière du 4ᵉ espace dérivée de l'hexaèdre régulier — octaédroïde. (Les lignes pointillées sont supposées celles du 4ᵉ espace).



Projection de la figure du 4ᵉ espace octaédroïde sur l'hexaèdre. Aspect de la figure de projection de l'octaédroïde.

Hosted by Google

Formes régulières dérivées de l'octaèdre régulier. — On peut obtenir de même les formes dérivées de l'octaèdre régulier dans les espaces supérieurs.

Au centre d'un carré régulier ABCD de côté a, menant une perpendiculaire au plan sur laquelle on porte de part et d'autre une longueur égale au rayon du cercle circonscrit $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, joignant les points S, S′ ainsi obtenus aux sommets du carré, on a construit l'octaèdre régulier dont le côté est a.

Pour obtenir la forme O_4, dérivée dans le 4e espace, on mène à partir du centre de l'octaèdre une ligne dans la 4e direction perpendiculaire au solide, ou à ses trois axes, et dans les deux sens.

Sur cette ligne, on prend les deux points dont les distances au centre sont égales au rayon de la sphère circonscrite $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ et on joint ces deux points aux précédents sommets; d'après la construction, le rayon de la sphère circonscrite reste toujours le même quelque soit l'espace considéré. Si on le fait égal à 1, le côté $a=\sqrt{2}$.

Hosted by Google

La construction ci-dessus nous a fait obtenir pour O_4, deux nouveaux sommets, soit 8 en tout, en la répétant chaque fois dans les espaces supérieurs, le nombre des sommets pour l'espace n sera : $N_0 = 2n$.

De chaque sommet nouveau partent des arêtes vers les sommets de la figure précédente, de l'espace $(n - 1)$, lesquels sont au nombre de $2\ (n - 1)$. A chaque sommet aboutissent donc $2\ (n - 1)$ arêtes ; mais chaque arête étant commune à 2 sommets, leur nombre total est :

$$N_1 = \frac{4n(n - 1)}{2}.$$

De chacune des arêtes partent 2 nouvelles faces, pour rencontrer les deux nouveaux sommets ; chaque arête comporte ainsi $2\ (n - 2)$ faces, ces faces étant triangulaires comptent chacune 3 arêtes, leur nombre total est :

$$N_2 = \frac{8n(n - 1)(n - 2)}{2.3}.$$

De même pour les solides limites, qui sont communs à $2\ (n - 3)$ faces, et sont des tétraèdres,

Hosted by Google

c'est-à-dire occupent 4 faces. Leur nombre total est :

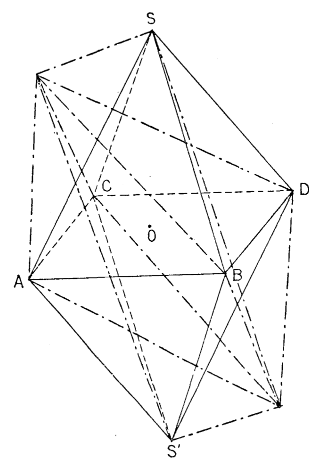
$$N_3 = \frac{16n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}.$$

Nombre des sommets, arêtes, faces, solides, etc., des figures dérivées de l'octaédre.

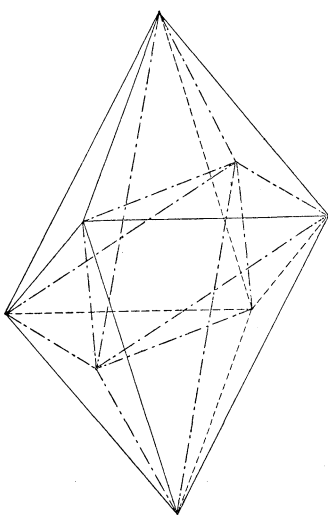
La figure du 4ᵉ espace limitée par 16 solides (tétraèdres) est un hexadécaédroïde.

	O_2	O_3	O_4	O_n
N_0	4	6	8	$2n$
N_1	4	12	24	$2^2 \frac{n(n-1)}{2}$
N_2	1	8	32	$2^3 \frac{n(n-1)(n-2)}{2.3}$
N_3	»	1	16	$2^4 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.3.4}$
N_4	»	»	1	
N_k	»	»	»	$2^{k+1} \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k)}{1.2.3\ldots(k+1)}$

Hosted by Google



Genèse de la forme régulière du 4ᵉ espace (hexadécaédroïde) dérivée de l'octaèdre régulier. (Les lignes pointillées sont supposées celles du 4ᵉ espace).



Projection de l'hexadécaédroïde régulier sur l'octaèdre régulier, origine.

Hosted by Google

Il résulte des considérations ci-dessus et des résultats exprimés par ces tableaux, que les polyédroïdes réguliers dérivés du tétraèdre, de l'hexaèdre, et de l'octaèdre, existent dans tous les espaces.

On les désigne habituellement, comme il a été dit, selon le nombre des figures limites.

Ce nombre, d'après la notation adoptée et pour l'espace n, est représenté par la valeur de N_{n-1}.

D'après les tableaux ci-dessus on aura pour les figures dérivées du tétraèdre $N_{n-1} = n + 1$; de l'hexaèdre $N_{n-1} = 2n$; de l'octaèdre $N_{n-1} = 2^n$.

On devra donc leur donner, dans chacun de ces cas, les appellations suivantes :

$(n+1)$ édroïde, $2n$ édroïde, 2^n édroïde.

Le même procédé très simple dont on a fait usage pour construire les polyédroïdes dérivés du tétraèdre, de l'hexaèdre et de l'octaèdre dans tous les espaces, n'est pas applicable à la genèse de toutes les formes régulières pouvant appartenir aux espaces supérieurs.

On peut démontrer cependant qu'il existe dans le 4e espace, mais dans celui-ci seulement, trois autres formes régulières qui sont :

Le 120 édroïde formé de 120 dodécaèdres ;

Hosted by Google

Le 24 édroïde formé de 24 octaèdres ;

Le 600 édroïde formé de 600 tétraèdres.

Le tableau ci-après donne le nombre des sommets, faces et solides des trois derniers polyédroïdes réguliers du 4e espace.

	24 édroïde	120 édroïde	600 édroïde
N_0	24	600	120
N_1	96	1 200	720
N_2	96	720	1 200
Faces	Triangles équilatéraux	pentagones réguliers	triangles équilatéraux
N_3	24	120	600
Polyèdres	octaèdres	dodécaèdres	tétraèdres

On a voulu donner ici seulement un simple aperçu de la genèse des formes régulières des espaces supérieurs. Ceux que ce sujet intéresse trouveront tous les éclaircissements nécessaires dans l'excellent traité élémentaire de géométrie à 4 dimensions de M. Jouffret.

Hosted by Google

Hosted by Google

RÉSUMÉ DE QUELQUES ARGUMENTS CITÉS EN FAVEUR DE LA 4e DIMENSION

Hosted by Google

Hosted by Google

Hosted by Google

TABLE DES MATIÈRES

Hosted by Google

BIBLIOTHÈQUE DE PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE

Volumes in-16, chaque vol. broché : 2 fr. 50

EXTRAIT DU CATALOGUE

Herbert Spencer.
Classificat. des sciences. 8e éd.
L'individu contre l'État. 6e éd.
Th. Ribot.
La psych. de l'attention. 8e éd.
La phil. de Schopen. 10e éd.
Les mal. de la mém. 17e édit.
Les mal. de la volonté. 20e éd.
Mal. de la personnalité. 11e éd.
Hartmann (E. de).
La religion de l'avenir. 6e éd.
Le Darwinisme. 8e édit.
Schopenhauer.
Essai sur le libre arbitre. 9e éd.
Fond. de la morale. 8e édit.
Pensées et fragments. 19e éd.
Écrivains et style.
L. Liard.
Logiciens angl. contem. 3e éd.
Définitions géomét. 3e éd.
A. Binet.
La psychol. du raisonn. 3e édit.
Mosso.
La peur. 3e édit.
La fatigue. 5e édit.
G. Tarde.
La criminalité comparée. 5e éd.
Les transform. du droit. 4e éd.
Les lois sociales. 4e éd.
Ch. Richet.
Psychologie générale. 6e éd.
Tissié.
Les rêves. 2e édit.
J. Lubbock.
Le bonheur de vivre (2 v.) 5e éd.
L'emploi de la vie. 5e édit.
Queyrat.
L'imagination chez l'enfant.
L'abstraction dans l'éduc.
Les caractères et l'éducation morale. 2e éd.
La logique chez l'enfant. 2e éd.
Les jeux des enfants.
Wundt.
Hypnot. et suggestion. 3e éd.
Fonsegrive.
La causalité efficiente.
Guillaume de Greef.
Les lois sociologiques. 3e édit.
Gustave Le Bon.
Lois psychol. de l'évolution des peuples. 7e édit.
Psychologie des foules. 10e éd.
G. Lefèvre.
Obligat. morale et idéalisme.
E. Durkheim.
Règles de la méth. soc. 3e éd.
P.-F. Thomas.
La suggestion et l'éduc. 3e éd.
Morale et éducation. 2e éd.
R. Allier.
Philos. d'Ernest Renan. 2e édit.

Lange.
Les émotions. 2e éd.
E. Boutroux.
Conting. des lois de la nature.
L. Dugas.
Le psittacisme.
La timidité. 3e édition.
Psychologie du rire.
L'absolu.
C. Bouglé.
Les sciences soc. en Allem.
Max Nordau.
Paradoxes psycholog. 5e édit.
Paradoxes sociolog. 4e édit.
Génie et talent. 3e édit.
J.-L. de Lanessan.
Morale des philos. chinois.
G. Richard.
Social. et science sociale. 2e éd.
F. Le Dantec.
Le déterminisme biol. 2e éd.
L'individualité. 2e éd.
Lamarckiens et Darwiniens.
Fiérens-Gevaert.
Essai sur l'art contemp. 2e éd.
La tristesse contemp. 4e éd.
Psychologie d'une ville. 2e éd.
Nouveaux essais sur l'art contemporain.
A. Cresson.
La morale de Kant. 2e éd.
Le malaise de la pensée philosophique.
J. Novicow.
L'avenir de la race blanche.
G. Milhaud.
La certitude logique. 2e éd.
Le rationnel.
H. Lichtenberger.
Philos. de Nietzsche. 8e édit.
Frag. et aphor. de Nietzsche.
G. Renard.
Le régime socialiste. 5e édit.
Ossip-Lourié.
Pensées de Tolstoï. 2e édit.
Nouvelles pensées de Tolstoï.
La philosophie de Tolstoï.
La philos. sociale dans Ibsen.
Le bonheur et l'intelligence.
M. de Fleury.
L'âme du criminel.
P. Lapie.
La justice par l'État.
G.-L. Duprat.
Les causes sociales de la folie.
Le mensonge.
Tanon.
L'évolution du droit. 2e éd.
Bergson.
Le rire. 3e éd.
Brunschvicg.
Introd. à la vie de l'esprit. 2e éd.
L'idéalisme contemporain.
Hervé Blondel.
Approximations de la vérité.

Mauxion.
L'éducation par l'instruction.
La moralité.
Arréat.
Dix ans de philosophie.
Le sentiment relig. en France.
Fr. Paulhan.
La fonction de la mémoire.
Psychologie de l'invention.
Les phénomènes affectifs. 2e éd.
Analystes et esprits synthétiq.
Murisier.
Malad. du sentim. relig. 2e éd.
Palante.
Précis de sociologie. 2e édit.
Fournière.
Essai sur l'individualisme.
Grasset.
Limites de la biologie. 2e éd.
Encausse.
Occult. et Spiritual. 2e éd.
A. Landry.
La responsabilité pénale.
Sully Prudhomme et Ch. Richet.
Probl. des causes finales. 2e éd.
E. Goblot.
Justice et Liberté.
W. James.
La théorie de l'émotion.
J. Philippe.
L'image mentale.
M. Boucher.
Essai sur l'hyperespace.
Coste.
Dieu et l'âme. 2e édit.
P. Sollier.
Les phénomènes d'autoscopie.
Roussel-Despierres.
L'idéal esthétique.
J. Bourdeau.
Maîtres de la pensée contemp.
Socialistes et sociologues.
C.-A. Laisant.
L'éduc. fond. s. la science. 2e éd.
Romaine Paterson.
L'éternel conflit.
A. Réville.
Dogme et divinité de J.-C. 3e éd.
M. Jaëll.
La musique et la psychophysiologie.
Mouvements artistiques.
Fouillée.
Propriété soc. et démocratie.
A. Bayet.
La morale scientifique.
G. Geley.
L'être subconscient.
J. Philippe et G. Paul-Boncour.
Les anomalies mentales.

Hosted by Google